



UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS
DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE
URACCAN

Monografía

Estrategias Metodológicas Implementadas en el
Proceso Enseñanza - Aprendizaje de los Casos de
Factorización, Wasiala 2013.

Para optar al título de: Licenciado en Ciencias de la Educación
con Mención en Matemática.

AUTORES: Alejandro Soleto López
José Toribio Roque Rostrán

TUTOR: Lic. María Antonia Zamora Rodríguez

Wasiala, Diciembre 2013.

UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES
AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE
NICARAGÜENSE
URACCAN

Monografía

Estrategias Metodológicas Implementadas en el
Proceso Enseñanza-Aprendizaje de los Casos de
Factorización, Waslala 2013.

Para optar al título de: Licenciado en Ciencias de la Educación
con Mención en Matemática.

AUTORES: Alejandro Sotelo López
José Toribio Roque Rostrán

TUTOR: Lic. Marvin Antonio Zamora Rodríguez

Waslala, Diciembre 2013.

Este trabajo es dedicado a Dios por darme la vida, la salud y la fortaleza para enfrentar las dificultades durante mis estudios y cumplir mis metas.

A mi madre Pastora Rostrán Tercero, esposa Marbelly Orozco Díaz e hijo José Janiel Roque Orozco, porque con gran empeño y dedicación me comprendieron las ausencias en el hogar y además contribuyeron para el éxito de dicha preparación.

José Toribio Roque Rostrán

Este trabajo lo dedico a Dios por darme la vida, la salud y la fortaleza para enfrentar las dificultades durante mis estudios y hoy ver mis sueños hecho realidad.

A mi madre María Antonia López Sánchez, quien me dio el ser y me formó con valores morales sociales y espirituales para que hoy sea útil a nuestra sociedad.

A mi esposa Jadira Averruz Picado e hijo Esly Anderson Sotelo Averruz, porque de una y de otra forma han sabido entender y comprender mis decisiones tomadas para emprender una meta más en mi vida.

Alejandro Sotelo López

AGRADECIMIENTO

En estos seis años de preparación académica han sido muchas las personas que han colaborado de diferentes formas para que este sueño sea una realidad. Sin embargo agradecemos especialmente al profesor Marvin Antonio Zamora Rodríguez que con decisión y apoyo incondicional logró orientarnos y ser guía en la elaboración de esta investigación compartiendo sus conocimientos.

A maestros y maestras que nos enseñaron el pan de la enseñanza y compartieron sus conocimientos y experiencias durante el proceso de profesionalización.

A nuestras familias porque fueron el constante soporte y que proporcionaron en nosotros las fuerzas suficientes para alcanzar este logro, en los momentos difícil nos instaron a continuar preparándonos para ser mejores profesionales, a hermanos y amigos que nos brindaron apoyo emocional, en especial a la familia del hogar que comprendieron nuestras ausencias.

A la Institución Educativa del centro escolar público Boca de Piedra y especialmente a las y los estudiantes y docente que hicieron parte del trabajo investigativo.

A la Universidad que nos brindó el espacio para prepararnos a través de su coordinación y en especial a los hombres católicos de Austria por su aporte económico. Contribuyendo a la profesionalización de hombres y mujeres del Municipio de Waslala.

Al Ministerio de Educación por permitirnos ser empleados de educación primaria, más sin embargo nos ha brindado el espacio de ser docente de educación secundaria en los programas de EDJA y secundaria regular.

INDICE GENERAL

CONTENIDO	N°. Paginas
Dedicatoria.....	i
Agradecimientos.....	ii
Indice general.....	iii
Indice de anexos.....	iv
Resumen.....	v
I. Introducción.....	1
II. Objetivos.....	3
III. Marco teórico.....	4
IV. Metodología.....	35
V. Resultados y discusión.....	41
VI. Conclusiones.....	59
VII. Recomendaciones.....	60
VIII. Lista de referencias.....	62
IX. Anexos.....	65

INDICE DE ANEXOS

Tablas y figuras con porcentajes

Guía de observación a docente y estudiantes

Entrevistas a estudiantes

Entrevista a docente

Test a estudiantes

Fotografía.

Glosario

Problemas y ejercicios propuestos

RESUMEN

La presente investigación se realizó en el centro escolar Boca de Piedra, ubicada en el Municipio de Waslala, con el propósito de analizar las estrategias metodológicas implementada en el proceso enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización en II año secundaria a distancia de la modalidad de Educación de Jóvenes y Adultos.(EDJA).

Es una investigación cualitativa descriptiva donde la obtención de información se logró mediante la aplicación de los instrumentos: entrevistas a docentes y estudiantes, guía de observación a docente y estudiantes y test a estudiantes. Las fuentes de información fueron las y los estudiantes del II año EDJA y docente que imparte la asignatura de Matemática.

Los principales resultados obtenidos destacan que las estrategias utilizadas por el docente para la enseñanza de los casos de factorización son: la organización de trabajos en equipos, pareja, e individual durante o fuera del período de los 100 minutos clases; la motivación a que las y los estudiantes resuelvan ejercicios en la pizarra después de haberlos trabajados, en donde de esta manera cumplir con el propósito planteado de las metas prescritas anteriormente.

La investigación demuestra que las causas que afectan a las y los estudiantes en la comprensión de la factorización con los distintos casos son: dominio de las ley de los signos; descomposición factorial; poca explicación por parte del docente; ocupación personal, es decir debido a los trabajos que realizan en su hogar o fincas; falta de libros u otro documento para investigar y complementar sus aprendizajes

En síntesis el éxito o fracaso antes la clase depende del pleno dominio y el tacto pedagógico del educador, significando la concordancia pedagógica con el currículo y además relacionarla con la vida cotidiana del estudiante.

I. INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo monográfico tiene como finalidad hacer énfasis en la problemática que tienen las y los estudiantes de la secundaria a distancia de educación de jóvenes y adultos (EDJA), en los casos de factorización.

La factorización tiene una importancia apreciable a través de la historia en la solución de ecuaciones algebraicas; de hecho en un primer momento, surge ante la necesidad de solucionar ecuaciones de segundo grado. Los babilonios, fueron los primeros que resolvieron, ecuaciones cuadráticas. En unas tablillas descifradas por Neugebaveren 1930, cuya antigüedad es de unos 4000 años, se encontraron soluciones a varias de estas ecuaciones, empleando el método conocido actualmente como “completar el cuadrado” (Camacho, 2013, pág. 149)

Más adelante, matemáticos griegos, hindúes, árabes y europeos se dedicaron al estudio de estas ecuaciones y lograron avanzar a través del tiempo hasta encontrar la fórmula para resolver cualquier ecuación de segundo grado (ibíd.).

El desarrollo moderno de la factorización se inicia en el Renacimiento Italiano, hacia el año 1545, con la publicación del Ars Magna de Girolamo Cárdeno (1501-1576), en el cual se muestran las soluciones para la ecuación cúbica y cuadrática, desarrolladas por Nicolo Fontana Tartaglia (1500-1557), Ludovico Ferrari (1522-1565) y el mismo, obtenidas a partir de un procedimiento sistemático completando el cuadrado, de una manera conveniente, para llegar a la solución.(ibíd.).

Es por eso que esta investigación pretende describir las estrategias implementadas en el proceso enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización, aportando a los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales; para

una educación pertinente motivadora que conlleven a situaciones prácticas de la vida diaria

Mediante la aplicación de esta investigación se contribuirá a preparar a las y los educandos para la vida; al docente no solo cumplir con el programa si no también atraer la participación positiva del estudiantado. Además mejorar los conocimientos sobre métodos y técnicas del docente, así también vivenciar las faltas psicopedagógicas social que no le permite al estudiante desarrollar sus conocimientos, habilidades y destrezas satisfactoriamente.

A partir de la implementación de acciones metodológicas se pretende reducir el bajo rendimiento de los educandos en la asignatura de Matemática, donde el contenido y temáticas abordadas en la factorización se analiza y emplea en otros contenidos de relevancia para el aprendizaje. Por tales motivos transformar las prácticas de enseñanza de los docentes del área de Matemáticas es una tarea fundamental con el fin de afianzar y enriquecer los conocimientos para que puedan ser inducidos con calidad y eficiencia a las y los estudiantes.

Según **Felder & Brent, (2005)** se deben utilizar diversos estilos de enseñanza en el aula para los diferentes estilos de aprendizaje que tienen los estudiantes, con objeto de llegar a todos. Además recomienda que para diferentes estilos de aprendizaje las mejores estrategias de enseñanza sea, el abordaje del aprendizaje desde el estudiante y su desarrollo intelectual. Es ideal y clave trabajar en el aula con desarrollo de problemas reales, casos y proyectos para lograr profundizar los conocimientos.

La investigación realizada es de relevancia y pertinencia para los docentes de matemáticas, en el fortalecimiento de estrategias hacia la enseñanza del contenido de la factorización con los distintos casos.

II. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL:

Analizar las Estrategias Metodológicas Implementadas en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje de los Casos de Factorización, escuela Boca de Piedra, Waslala II semestre 2013.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Describir las Estrategias Metodológicas Implementadas en la Enseñanza de los Casos de Factorización.

Identificar las causas que afectan a las y los estudiantes en la comprensión de los casos de factorización.

Proponer acciones metodológicas que conlleven a la comprensión de los casos de factorización.

III. MARCO TEÓRICO

3.1 Generalidades

Estrategias.

La estrategia es un sistema de planificación aplicable a un conjunto articulado de acciones para llegar a una meta. De manera que no se puede hablar de que se usan estrategias cuando no hay una meta hacia donde se orienten las acciones. (Larousse, 2009)

Las estrategias metodológicas para la enseñanza son secuencias integradas de procedimientos y recursos utilizados por el formador con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la adquisición, interpretación y procesamiento de la información; y la utilización de estas en la generación de nuevos conocimientos, su aplicación en las diversas áreas en las que se desempeñan la vida diaria para, de este modo, promover aprendizajes significativos. Las estrategias deben ser diseñadas de modo que estimulen a los estudiantes a observar, analizar, opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por sí mismos (Mundomate, s/f, pág. 1)

Las estrategias de enseñanza se concretan en una serie de actividades de aprendizaje dirigidas a estudiantes y adaptadas a sus características, a los recursos disponibles y a los contenidos objeto de estudio. Determinan el uso de medios y metodologías en unos marcos organizativos concretos y proveen a los estudiantes de los oportunos sistemas de información. (Serrano, 2013, págs. 2-6)

Causas.

Considera como fundamento u origen de algo. (Op.cit. Larousse, 2009)

Procesos.

Conjunto de las fases sucesivas de una operación en la resolución de problemas que implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas, representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos), comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y el docente), justificación con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, conexión (establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos), fijación de reglas y convenios en el grupo de estudiantes, de acuerdo con el profesor. Estos procesos se deben articular a lo largo de la enseñanza de los contenidos matemáticos organizando tipos de situaciones didácticas. (Godino & Vicenc, 2004, pág. 38)

Enseñanza

La enseñanza es el campo principal de la instrucción y la educación porque evidentemente existen otros campos donde la sociedad en su conjunto se instruye y se educa; por ejemplo, la familia es una institución que por naturaleza educa; la instrucción es otro fenómeno social y cualquier medio de comunicación social puede instruir, un artículo científico lo podemos encontrar en un periódico de circulación diaria o en una revista. Expresado lo anterior, sostenemos que la enseñanza será un acontecimiento pedagógico siempre que instruya y eduque; la instrucción y la educación son sus funciones principales, las que deben estar unidad dialécticamente entre sí (Serrano Salgado, 2013, pág. 15).

Enseñanza y aprendizaje

- a) Son procesos didácticos básicos; se desarrollan orientados hacia un objetivo y están unidos o vinculados hacia un contenido.

- b) Constituyen una unidad dialéctica, la que se caracteriza por la relación didáctica del papel facilitador y conductor del docente y el estudio del estudiante donde se condicionan recíprocamente. (ibíd.)

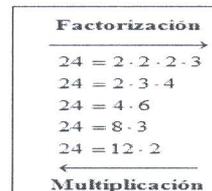
Acciones metodológicas.

Es la acción y efecto de enseñar (instruir, adoctrinar y amaestrar con reglas o preceptos). Se trata del sistema y método de dar instrucción, formado por el conjunto de conocimientos, principios e ideas que se enseñan a alguien.(Larousse, 2009)

Factorización.

Es la operación que tiene por finalidad transformar una expresión algebraica racional y entera en otra equivalente que sea igual al producto de sus factores primos racionales y enteros. En general, factorizar significa convertir una suma algebraica en un producto de factores.(Lexus Editores S.A, 2008pág. 136)

La factorización puede considerarse como la operación inversa a la multiplicación. Factorizar significa escribir una expresión algebraica como multiplicación de dos o más factores simples cuyo producto es igual a la expresión propuesta. Es una herramienta muy importante para resolver ecuaciones y para reducir expresiones fraccionarias. Un polinomio está completamente factorizado cuando son primos cada uno de sus factores.(Parajon Guevara, 2007, pág. 32)



En Matemáticas, la factorización es un proceso mediante el cual, un número puede ser expresado como el producto de otros números más pequeños llamados factores. Un ejemplo sencillo es la descomposición de un número en sus factores primos.(Guzmán & Pitre,2008)

Al factorizar buscamos dos o más factores cuyo producto sea igual a la expresión que queremos obtener. No todos los polinomios se pueden factorizar, ya que hay algunos que solo son divisibles por sí mismo y por 1, como por ejemplo: $x+y$, pero hay que tener en cuenta que este polinomio no es divisible en los reales \mathbb{R} (que es donde estamos trabajando), esto no significa que no se pueda factorizar en otro conjunto numérico mayor, por ejemplo $x+y$ si se puede factorizar en los complejos quedando: $(\sqrt{x} + \sqrt{yi})(\sqrt{x} - \sqrt{yi})$ Por ahora solo trabajaremos en los reales \mathbb{R} . (Paredes & Ramírez, 2008, pág. 35)

La factorización moderna esta fue, probablemente, la mayor contribución al álgebra desde los babilonios ya que inició una motivación tremenda para la gente. En este contexto, crece el interés por encontrar mejores métodos para resolver ecuaciones algebraicas de cualquier grado; la búsqueda de la solución de ecuaciones de grado mayor que cuatro, llevó a encontrar los teoremas de factorización en el dominio de integridad de los polinomios y en general, para cualquier dominio de integridad (Camacho, 2013, pág. 149)

CASOS DE FACTORIZACION.

Caso I: Cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común.

a. Factor común monomio.

Cuando se tiene una expresión de dos o más términos algebraicos y si se presenta algún término común, entonces se puede sacar este término como factor común. En este caso se busca algún factor que se repita en ambos términos.

Procedimientos.

Factorizamos cada término del polinomio. Coeficiente numérico y variable.

Identificamos el factor común entre cada término factorizado.

Aplicamos la propiedad de distributividad. **(Escobar Morales, 2011, pág. 59)**

En las expresiones algebraicas hay que diferenciar factor común numérico de factor común literal. El factor común literal es la variable afectada del menor exponente. En $3x^2 + 6x^3$ el factor común numérico es 3 y el factor común literal es x^2 **(Ibíd.)**

b. Factor común polinomio

Factorizar $x(a - 1) + y(a - 1) - a - 1 = x(a - 1) + y(a - 1) - (a - 1)$

Solución

Escribo el factor común como coeficiente de un paréntesis y dentro del segundo paréntesis los coeficientes de dividir los dos términos de la expresión dada. $\frac{x(a-1)}{(a-1)} = x \frac{y(a-1)}{(a-1)} = y \frac{-(a-1)}{(a-1)} = -1$
 $= (a - 1)(x + y - 1)$ **(Baldor, 2003, págs. 144-170)**

Caso II: Factor común por agrupación de términos.

En una expresión de dos, cuatro, seis o un número par de términos es posible asociar por medio de paréntesis de dos en dos o de tres en tres o de cuatro en cuatro de acuerdo al número de términos de la expresión original. **(ibíd. Pág.147)**

Se debe dar que cada uno de estos paréntesis que contiene dos, o tres o más términos se le pueda sacar un factor común y se debe dar que lo que queda en los paréntesis sea lo mismo para todos los paréntesis o el factor común de todos los paréntesis sea el mismo y este será el factor común (En este caso, tienes que ver que término tienen algo en común con otro

término para agruparlo) $ax + bx + ay + by = [ax + bx] + [ay + by]$.

Después de agruparlo puedes aplicar el Caso 1, Factor Común Monomio $[ax + bx] + [ay + by] = x(a + b) + y(a + b)$ Ahora aplicas el Caso 1, Factor Común Polinomio $= x(a + b) + y(a + b) = (x + y)(a + b)$ (ibíd.).

Esto además se puede resolver aplicando la propiedad distributiva del producto de una suma. (Walsh Mendoza, 2005, pág. 23)

Caso III: Trinomio Cuadrado Perfectos.

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, primero tenemos que ordenar el trinomio dejando a los extremos los cuadrados perfectos. Por ejemplo: $2m + m^2 + 1 = m^2 + 2m + 1$ Luego extraemos la raíz cuadrada a los cuadrados perfectos. De m^2 es m y de 1 es 1 obteniendo: $(m + 1)(m + 1) = (m + 1)^2$. (ibíd. Pág.149).

Una expresión se denomina trinomio cuadrado perfecto cuando consta de tres términos donde el primero y tercer términos son cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta) y positivos, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas. Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado se eleva al cuadrado. $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a + b)^2$ (ibíd.).

Es trinomio cuadrado perfecto cuando cumple la siguiente regla: el cuadrado del primer término \pm dos veces el primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término.

Factorice $m^2 + 6m + 9$

- a) Sacamos la raíz cuadrada del primer y tercer término (m) y (3) .
- b) Las raíces las ubicamos dentro de un paréntesis, y las separas con el signo $(+)$.
- c) Este signo se toma del segundo término del trinomio, y solo falta que al binomio, que se formó le agregues el exponente (2) , con esto te queda un binomio de la suma de dos términos elevados al cuadrado $(m + 3)^2$.

Nota: Si el segundo signo del trinomio hubiera sido $(-)$, tu binomio hubiera quedado $(m - 3)^2$ (**ibíd.**)

Caso especial.

Descomponer $a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2$. La regla anterior puede aplicarse a casos en que el primero ó tercer término del trinomio ó ambos son expresiones compuestas. Así, en este caso se tiene $a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 = a^2 + 2a(a - b) + (a - b)(a + b)$ entonces $a + a - b = (2a - b)^2$ (**ibíd.pág.151**)

Caso IV: Diferencia de Cuadrados Perfectos:

Dada la ecuación del polinomio $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Dos cuadrados que se están restando es una diferencia de cuadrados. Para factorizar esta expresión se extrae la raíz cuadrada de los dos términos y se multiplica la resta de los dos términos por la suma de los dos. (**ibíd.pág.152**).

Se puede presentar que uno o los dos términos de la diferencia contengan más de un término. Se puede dar una expresión de cuatro términos donde tres de ellos formen un trinomio cuadrado perfecto que al ser factorizado y combinado con el cuarto término se convierta en una diferencia de cuadrados, o pueden ser seis términos que formen dos trinomios cuadrados perfectos y al ser factorizados formen una diferencia de cuadrados. (**ibíd.**).

De una diferencia de cuadrado obtendrás dos binomios conjugados (mismos términos diferentes signos) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Tenemos que extraer la raíz cuadrada a los dos términos y luego multiplicamos la diferencia de las raíces con la suma de estas. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, ya que la raíz de a^2 es, a y la de b^2 es b (ibíd.)

Caso especial

La regla empleada en los ejemplos anteriores es aplicable a las diferencias de cuadrados en que uno o ambos cuadrados son expresiones compuestas. Factorizar $(a + b)^2 - c^2$ a + b.....c entonces la ecuación nos queda:

$$(a + b + c)(a + b - c) \text{ (ibíd.pág.153)}$$

Caso V: Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

Algunos trinomios no cumplen las condiciones para ser trinomios cuadrados perfectos, el primer y tercer término tienen raíz cuadrada perfecta pero el término de la mitad no es el doble producto de las dos raíces. Se debe saber cuánto debe ser el doble producto y la cantidad que falte para cuadrar el término de la mitad, esta cantidad se le suma y se le resta al mismo tiempo, de tal forma se armara un trinomio cuadrado y factorizado unido con el último término tendremos una diferencia de cuadrados. Factorizar $x^4 + x^2y^2 + y^4$ (ibíd.pág.156).

Este trinomio no es cuadrado perfecto, para que sea cuadrado perfecto hay que lograr que el segundo término x^2y^2 se convierta en $2x^2y^2$, lo cual se consigue sumándole x^2y^2 pero para que el trinomio no varíe hay que restarle la misma cantidad que se suma x^2y^2 y tendremos:

$$x^4 + x^2y^2 + y^4$$

$$\frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2} = (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - x^2y^2 =$$

factorizado el trinomio cuadrado perfecto $(x^2 + y^2)^2 - x^2y^2$
factorizado la diferencia de cuadrado $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) =$ ordenando $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ (ibíd.).

Caso especial: factorizar una suma de dos cuadrados, en general no tiene descomposición en factores racionales, es decir factores en que no haya raíces pero hay sumas de cuadrados que sumándoles y restándoles una misma cantidad pueden llevarse al caso anterior y descomponerse. (ibíd.pág.157).

Factorizar $a^4 + 4b^4$

Solución

Hace falta el segundo miembro la $\sqrt{a^4} = a^2$ y la $\sqrt{4b^4} = 2b^2$ el doble producto es $4a^2b^2$ entonces le sumamos $4a^2b^2 = (a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4) - 4a^2b^2 = (a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) = (a^2 + 2ab + 2b^2)(a^2 - 2ab + 2b^2)$ (ibíd.).

Caso VI: Trinomio de la Forma; $x^2 + bx + c$

Esta clase de trinomio se caracteriza por lo siguiente: El primer término tiene como coeficiente 1 y la variable esta al cuadrado. El segundo término tiene coeficiente entero de cualquier valor y signo y la misma variable. El tercer término es independiente (no contiene la variable) (ibíd.pág.158).

Para factorizar este trinomio se deben abrir dos factores que sean binomios, y donde el primer término de cada binomio es la variable y el segundo término en cada uno de los factores (paréntesis), son dos números, uno en cada paréntesis de tal forma que la suma de los dos de él coeficiente del segundo término del trinomio y la multiplicación de los dos de él tercer término del trinomio, el signo del segundo término de cada factor depende de lo siguiente:

- a) Si el signo del tercer término es negativo, entonces uno será positivo y el otro negativo, el mayor de los dos números llevará el signo del segundo término del trinomio y el otro número llevará el signo contrario.
- b) Si el signo del tercer término es positivo, entonces los dos signos serán iguales (positivos o negativos), serán el signo del segundo término del trinomio. (**ibíd.**).

Factorizar $x^2 + 7x + 12$

Solución

Abrimos dos paréntesis, con las raíces de (x^2), que es el primer término del trinomio ($x \dots$)($x \dots$) Hay que buscar dos números que sumados me den 7 y multiplicados me den 12. Esos números son (4) y (3), ahora los acomodamos dentro de los paréntesis ($x+4$) ($x+3$). Esta será la Factorización: $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$ (**ibíd.**).

Casos especiales: El procedimiento anterior es aplicable a la factorización de trinomios que siendo de la forma $x^2 + bx + c$ difieren algo de los estudiados anteriormente.

Factorizar $x^4 - 5x^2 - 50$.

Solución

El primer término de cada factor será la raíz cuadrada de x^4 o sea $x^2 \rightarrow x^4 - 5x^2 - 50 = (x^2 - 10)(x^2 + 5)$. (**ibíd.pág.161**).

Caso VII: Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$.

Este trinomio se diferencia del trinomio cuadrado perfecto en que el primer término puede tener coeficiente diferente de 1. Se procede de la siguiente forma:

- a) Se multiplica todo el trinomio por el coeficiente del primer término, de esta forma se convierte en un trinomio de la forma: $ax^2 + bx + c$

b) se divide por el mismo coeficiente.

c) Se factoriza el trinomio en la parte superior del fraccionario y se simplifica con el número que está como denominador. (ibíd.pág.163).

Factorizar $6x^2 - x - 2$

Pasos a seguir en la factorización.

a) Vamos a multiplicar todos los términos del trinomio por el coeficiente de primer término (6), en el segundo término del trinomio solo dejamos señalada la multiplicación

$$6x^2 - x - 2 = \frac{36x^2 - x(6) - 12}{6}.$$

b) Abrimos dos paréntesis, con las raíces de $(36x^2)$, que es el primer término del trinomio equivalente $(6x \dots \dots)$
 $(6x \dots \dots)$

c) Basándonos en los coeficientes del segundo término (-1) y en el tercer término del trinomio (-12), vamos a buscar dos números que sumados me den (-1) y multiplicados (-12). Esos números son (-4 y 3) entonces $(-4+3) = -1$ y $(-4)(3) = -12$.

d) Colocamos los números encontrados dentro de los paréntesis $(6x-4)(6x-3)$.

e) Como se puede ver, los coeficientes, dentro de los binomios, son múltiplos, por lo que hay que reducirlos
 $\frac{(6x-4)(6x+3)}{2 \cdot 3} = (3x - 2)(2x - 1)$.

f) La factorización del trinomio $6x^2 - x - 2$, queda $6x^2 - x - 2 = (2x + 1)(3x - 2)$ (ibíd.)

Caso VIII: Cubo perfecto de binomios.

Para que una expresión algebraica ordenada con respecto a una letra sea el cubo de un binomio, tiene que cumplir con las siguientes condiciones:

- Debe tener cuatro términos: El primero y el último término deben ser cubos perfectos.
- El segundo sea más o menos el triple del primero al cuadrado por el segundo.
- El tercer término sea el triple del primero por el segundo al cuadrado.
- Si todos los términos de la expresión son positivos, la expresión dada es el cubo de la suma de las raíces cúbica de su primero y último término.
- Si los términos son alternativamente positivos y negativos la expresión dada es el cubo de la diferencia de dichas raíces. (**ibíd.pág.166**).

Hallar si $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ es el cubo de un binomio.

Solución.

Sí, es el cubo de un binomio porque cumple con las condiciones: tiene cuatro términos, la raíz cúbica de $8x^3$ es $2x$, la raíz cúbica de 1 es 1 . $[3(2x)^2(1)] = 12x^2$ Segundo término, $[3(2x)(1)^2] = 6x$ tercer término. La expresión dada es el cubo de $(2x+1)$ o de otro modo, $(2x+1)$ es la raíz cubica de la expresión.

Factorizar $a^9 - 18a^{16}b^5 + 108a^3b^{10} - 216b^{15} = (a^3 - 6b^5)^3$
(**ibíd.**).

Caso IX: Suma o Diferencia de Cubos perfectos:

Podemos asegurar que una expresión algebraica es un cubo perfecto si cumple las siguientes condiciones: Posee cuatro

términos: El primer y cuarto término son cubos perfectos (tienen raíces cúbicas exactas). El segundo término sea el triple del cuadrado de la raíz cúbica del primer término multiplicado por la raíz cúbica del último término. El tercer término sea el triple del cuadrado de la raíz cúbica del último término multiplicado por la raíz cúbica del primer término. (ibíd.pág.167).

Regla 1. La suma de dos cubos perfectos se descompone en dos factores: primero la suma de sus raíces cúbicas. Segundo el cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Regla 2. La diferencia de dos cubos perfectos se descompone en dos factores: primero La diferencia de sus raíces cúbicas. Segundo el cuadrado de la primera raíz, más el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Suma o Diferencia de Cubos Perfectos

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{Factorizar } 27a^3 + b^6 = (3a + b^2)(9a^2 - 3ab^2 + b^4)$$

Solución

Se resuelve de la siguiente manera: La raíz cúbica del primer término, $(27a^3)$ es $(3a)$, la de b^6 es b^2 . Según la regla 1 tendremos: $27a^3 + b^6 = (3a + b^2)[(3a)^2 - 3a(b^2) + (b^2)^2] = (3a + b^2)(9a^2 - 3ab^2 + b^4)$

$$\text{Factorizar } 8x^3 - 125 = (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$$

Solución

Se resuelve de la siguiente manera: la raíz cúbica de $8x^3$ es $2x$; la del 125 es 5. Según la regla 2 tendremos: $8x^3 - 125 = (2x - 5)[(2x)^2 + 5(2x) + 5^2] = (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$ (ibíd.)

Caso X: Suma o diferencia de dos potencias iguales.

La diferencia de potencias iguales, ya sean pares o impares, es siempre divisible por la diferencia de las bases. La diferencia de potencias iguales pares es siempre divisible por la suma de las bases. La suma de potencias iguales impares es siempre divisible por la suma de las bases. La suma de potencias iguales pares nunca es divisible por la suma ni por la diferencia de las bases. (ibíd.pág.169)

Los resultados anteriores pueden expresarse abreviadamente de este modo.

- a) $a^n - b^n$ Es divisible por $a - b$ siendo n par o impar.
- b) $a^n + b^n$ Es divisible por $a + b$ siendo n impar.
- c) $a^n - b^n$ Es divisible por $a + b$ cuando n es par.
- d) $a^n + b^n$ Nunca es divisible por $a - b$ (ibíd.).

Leyes que siguen estos cocientes.

Los resultados 1, 2, 3 del número anterior, que pueden ser comprobados cada uno de ellos en otros casos del mismo tipo, nos permiten establecer inductivamente las siguientes leyes. El cociente tiene tantos términos como unidades tiene el exponente de las letras en el dividendo. El primer término del cociente se obtiene dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y el exponente de a disminuye uno en cada término. El exponente de b en el segundo término del cociente es uno y este exponente aumenta uno en cada término posterior a éste. Cuando el divisor es $a-b$ todos los signos del cociente son más y cuando el divisor es $a+b$ los signos del cociente son alternativamente más (y). (ibíd.pág.109)

Factorizar $m^5 + n^5$

Solución

Dividiendo entre $m + n \rightarrow \frac{m^5+n^5}{m+n} = m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4$ luego $m^5 + n^5 = (m + n)(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4)$.

Factorizar $x^5 + 32$

Solución

Esta expresión puede escribirse $x^5 + 2^5$ dividiendo por $x + 2$, tenemos: $\frac{x^5+32}{x+2} = x^4 - x^3(2) + x^2(2^2) - x(2^3) + 2^4 = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16$ luego $x^5 + 32 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$ (ibíd.).

Factorización por evaluación.

Factorizar $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

Solución

Los factores del término independiente son $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$. Evaluemos $P(1) = (1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6 = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$, luego $x - 1$ es un factor.

Buscamos el otro factor, usando división sintética:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 1 - 2 - 5 + 6 \\ -1 & 1 - 1 - 6 \\ \hline & 1 - 1 - 6 \quad 0 \end{array}$$

Luego $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$ Notamos que $x^2 - x - 6$ es un trinomio del tipo $x^2 + bx + c$, fácilmente factorizable: $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$ finalmente tenemos: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$ **(Comision Matematica CNU, 2007, pág. 13)**

Factorizar $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$.

Solución:

Los factores del término independiente son $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$. Evaluemos $P(1) = (1)^4 - (1)^3 - 7(1)^2 + 1 + 6 = 1 - 1 - 7 + 1 + 6 = 0 =$ luego $x - 1$ es un factor.

Buscamos el otro factor, usando división sintética:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 \ 0 \ -7 \ -6 \\ \hline 1 & 0 \ -7 \ -6 \ 0 \end{array}$$

Luego $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = (x - 1)(x^3 - 7x - 6)$, intentamos factorizar $(x^3 - 7x - 6)$ por el mismo método. El término independiente tiene los mismos factores: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$. Evaluamos $P(-1) = (-1)^3 - 7(-1) - 6 = -1 + 7 - 6 = 0$ por tanto $x+1$ es un factor. Aplicamos la división sintética

$$\begin{array}{r|l} 1 & -1 \\ \hline -1 & -1 \ +1 \ +6 \\ \hline 1 & -1 \ -6 \ 0 \end{array}$$

Tenemos entonces $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = (x - 1)(x + 1)(x^2 - x - 6)$ o sea $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 2)$ (ibíd.)

3.2. Estrategia metodológica implementada para la enseñanza-aprendizaje de los casos de Factorización.

Las estrategias para orientar la atención de los estudiantes son aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para localizar y mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto. Los procesos de atención selectiva son actividades fundamentales para el desarrollo de cualquier acto de aprendizaje. En este sentido, deben proponerse preferentemente como estrategias de tipo constructiva, dado que pueden aplicarse de manera continua para indicar a los educandos sobre qué puntos, conceptos o ideas deben centrar sus procesos de atención. Estas estrategias pueden emplearse en los distintos momentos de la enseñanza (**Serrano Salgado, 2013, pág. 9**)

Estrategias participativas para un aprendizaje interactivo constituye una de las fases más importantes en el diseño de los programas educativos, ya que su calidad didáctica depende en gran medida del hecho que se encuentre la necesaria coherencia entre el objetivo que se quiere alcanzar, los contenidos que se tratarán, las actividades mentales que desarrollarán los discentes y las actividades interactivas que les propondrá el programa. (ibíd.)

Con las estrategias de trabajo, se aspira organizar el tiempo del estudiante, a preparar con anterioridad su trabajo personal de aprendizaje y el desarrollo de dichas estrategias, lo mismo que a orientar la evaluación. Estas estrategias, más prácticas que las anteriores, no están centradas en contenidos específicos, sino en cómo, cuándo y dónde debe realizarse el trabajo. Afianzan la normalización, la responsabilidad y ahorran tiempo para mejorar el trabajo individualizado. (ibíd.)

Según Picado, (2004) citado por Serrano Salgado, (2013) Las Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. Las estrategias típicas de enlace entre lo nuevo y lo previo son las de inspiración ausubeliana: los organizadores previos (comparativos y expositivos) y las analogías.

Con las estrategias de control (evaluación, autocontrol o autoevaluación), se pretende que el estudiante juzgue su propia persona y se forme una idea de cómo va su propio desarrollo. "Nadie se valora en los demás; si estos valores no se tienen, es importante educar en la autoevaluación". (ibíd.)

De acuerdo a Molina, (1999) citado por Serrano Salgado, (2013) Con las estrategias nocionales se pretende desarrollar contenidos programáticos de una forma clara y sencilla; con ellas

se resaltan ideas claves, reglas, principios, leyes y demás conceptos que el alumno debe memorizar, evocar y relacionar. Son estrategias de conocimiento que afianzan los contenidos fundamentales de un tema.

A través de los tipos de actividades y estrategias de enseñanza-aprendizaje se realiza el intercambio de informaciones entre los discentes y los docentes, intercambio que permite que las acciones de los estudiantes puedan ser valoradas. Se diseñarán según una determinada estrategia educativa y teniendo en cuenta los objetivos, los contenidos, los destinatarios y las operaciones mentales que tienen que desarrollar los educandos (ibíd.)

Con las estrategias correctivas, se espera mejorar el aprendizaje de los estudiantes; cuando los contenidos no han quedado claros, por cuanto las actividades realizadas o los recursos utilizados no fueron los más adecuados. Con ellas, los educandos, a través de otros medios y métodos, podrán profundizar en los contenidos en una forma práctica y ampliar sus conocimientos hasta llegar a comprenderlos. (ibíd.)

Con las estrategias de recuperación, se pretende ayudar a aquellos discentes que presentan dificultades en el aprendizaje. En ellas se desarrollan mayores orientaciones, se complementan con ejercicios las nociones que se quiere adquirir. Estas estrategias ayudan al estudiante (respetando su ritmo natural) a nivelarse con el grupo: pretenden evitar que los estudiantes lentos en el aprendizaje acumulen ignorancia por la rapidez con que se desarrolla el curso. (ibíd.)

Díaz, (2005) citado por **Serrano Salgado, (2013)** Las estrategias de complementación permiten que el estudiante por su cuenta profundice aspectos de un contenido programático que no quedó claro en la clase colectiva o en el trabajo grupal por falta de tiempo para su desarrollo. Por lo general, los docentes orientan

su trabajo de clase centrado en los aspectos fundamentales y no en los accesorios; sin embargo, estos últimos también deben conocerse para facilitar la comprensión de todo el contenido. Las estrategias de complementación deben permitir que el alumno llegue a donde el docente en el aula de clase no pudo llegar.

Con las estrategias circunstanciales, se persigue aprovechar centros de interés que, por la situación escolar o extra escolar, no se dan diario. Estos hechos sociales, políticos, económicos, científicos, noticia del momento, pueden complementar el desarrollo de los programas y favorecer el progreso en aprendizaje. Con estas estrategias pueden adaptarse o contextualizarse a la educación, y permiten al estudiante orientar su mente hacia la búsqueda de soluciones a los problemas que lo aquejan a él o a la comunidad. **(ibíd.)**

Las estrategias de consulta permiten que el estudiante complemente sus trabajos buscando, leyendo, escribiendo, acudiendo al maestro, investigando elementos adicionales a sus proyectos, y de complementación: toda vivencia del estudiante es un buen pretexto para el aprendizaje; la consulta abre caminos a la duda y la duda genera inquietudes. **(ibíd.)**

Con las estrategias experimentales, se quiere que el estudiante que ha adquirido una noción y la ha comprendido, la aplique y se demuestre así mismo que la noción adquirida sí corresponde a la forma correcta de interpretar los fenómenos. La experimentación planteada como un problema, desarrolla la memoria configurativa y lógica y el pensamiento abstracto y formal (hipotético deductivo), abre las puertas a la investigación y da elementos fundamentales a la creatividad. (**Serrano Salgado, 2013, pág. 9**)

Con las estrategias de síntesis, se aspira a que el educando, luego de conocer, comprender y aplicar una noción, encuentre todos los elementos de la estructura conceptual adquirida, las

de función y las relaciones para integrarlos a un todo. Esta estrategia de síntesis no necesariamente son resúmenes o cuadros sinópticos sobre los temas expuestos, tienen que ir más allá al desarrollo de la creatividad. El mapa conceptual es un ejemplo.(**ibíd.**)

Con las estrategias de comprobación, se pretende complementar las estrategias de control para hacer seguimiento y no de vez en cuando al aprendizaje del estudiante; con ellas se puede detectar si los pre-requisitos necesarios para una noción ya están dados; si es así, debe seguir el desarrollo del programa; si no, pueden plantearse estrategias correctivas o de recuperación, según el caso, antes de aplicar una nueva estrategias.(**ibíd.**)

Con las estrategias de desarrollo, se espera que aquellos estudiantes de mayores capacidades y de rápido aprendizaje, profundicen por su cuenta los contenidos programáticos que se desarrollan. Los estudiantes de ritmo rápido en el aprendizaje tienen mucho tiempo libre para desperdiciar; estas estrategias ayudan a mantenerlos ocupados, profundizando en los tópicos que motivacionalmente los atraigan. (**Op.citMolina, 1999**)

Con las estrategias de correlación e integración, se pretende que los contenidos relacionados de diferentes asignaturas y área se articulen e integren; estas estrategias deben favorecer la interdisciplinariedad y deben programarse por núcleos generadores que pueden ser temas, proyectos, centros de interés, problemas, actividades específicas, propósitos. Deben elaborarse en grupo, entre los distintos docentes que trabajan en un mismo nivel y con los estudiantes. (**ibíd.**)

3.2.1. Enseñanza de las matemáticas

La mayor parte de los profesores comparten actualmente una concepción constructivista de las matemáticas y su aprendizaje. En dicha concepción, la actividad de los estudiantes al resolver problemas se considera esencial para que éstos puedan construir el conocimiento. Pero el aprendizaje de conceptos científicos complejos (por ejemplo de conceptos físicos o matemáticos) en adolescentes y personas adultas, no puede basarse solamente en un constructivismo estricto. Requeriría mucho tiempo de aprendizaje y, además, se desperdiciarían las posibilidades de poder llevar al estudiante rápidamente a un estado más avanzado del conocimiento, mediante técnicas didácticas adecuadas. (Godino & Vicenc, 2004, pág. 67)

Los estudiantes aprenden matemáticas por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. Por tal razón no hay recetas fáciles para ayudar a todos los estudiantes a aprender, o para que todos los profesores sean eficaces. No obstante, los resultados de investigaciones y experiencias que han mostrado cómo ayudar a los estudiantes en puntos concretos deberían guiar el juicio y la actividad profesional. (ibíd.)

Para ser eficaces, los profesores deben conocer y comprender con profundidad las matemáticas que están enseñando y ser capaces de apoyarse en ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas docentes. Necesitan comprender y comprometerse con sus estudiantes en su condición de aprendices de matemáticas y como personas y tener destreza al elegir y usar una variedad de estrategias pedagógicas y de evaluación.

Además, una enseñanza eficaz requiere una actitud reflexiva y esfuerzos continuos de búsqueda de mejoras. (ibíd.)

3.2.2. Enseñanza de la factorización:

Para la enseñanza de la factorización, es conveniente, desde mi punto de vista, dividir las expresiones que se van a factorar de la siguiente forma: expresiones que contienen dos términos, tales como: diferencias de cuadrados, sumas de cubos y diferencias de cubos; expresiones que contienen tres términos, tales como: trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, trinomio cuadrado perfecto, trinomio cuadrado perfecto por adición o sustracción y trinomio cuadrado perfecto por completación de cuadrados; expresiones que contienen cuatro términos, tales como el cubo perfecto de un binomio; expresiones que contienen un número de términos par pero a partir de cuatros términos. Ejemplo: 4, 6, 8 términos como el factor común por agrupación de términos y expresiones que contienen cualquier número de términos, tales como: Factor común. (Rojas Robles, 2010, pág. 87)

De acuerdo con **Morales y Sepúlveda(s/f)**, Citado por **Guzmán & Pitre, (2008)**. La enseñanza de factorización de polinomios mediante el método de cortar y pegar del Álgebra Geométrica consiste en dividir las áreas de una figura geométrica (generalmente rectangular) en rectángulos y cuadrados de tal manera que al unirlos adecuadamente puedan formar una nueva figura, este procedimiento no altera el área de la figura original aunque esta cambie de forma. Así podrá demostrarse igualdades algebraicas que vistas como un conjunto de símbolos abstractos serían más difíciles de comprender.

Este método es principalmente constructivista, pues se busca que el estudiante parta de cuestiones conocidas como el manejo de áreas de figuras geométricas y construya su propio conocimiento al observar y manipular estas figuras que lo

llevarán a la demostración de igualdades algebraicas con alto grado de abstracción.

3.3 Causas que afectan a los estudiantes en la comprensión de los casos de factorización.

Uno de los principales problemas que se enfrentan en el aula es cómo salir de la monotonía de la pizarra y el yeso. La problemática principal que se aborda en los problemas de aprendizaje en el aula, son los siguientes:

- a) Falta de interés de algunos estudiantes cuando el/la docente está explicando un tema de la asignatura.
- b) Falta de participación de los estudiantes durante las clases.
- c) Dificultad de comprensión de conceptos, categorías y consecuente.
- d) Dificultad de expresión oral y escrita.
- e) El bajo nivel de aprendizaje deriva en notas bajas en las evaluaciones.

Se ha identificado que esto se debe a que las estrategias de aprendizaje del docente no corresponden con los estilos de aprendizaje del estudiante (Córdova, García, Letona, & Rivera, 2012)

Es bien sabido que la matemática es una de las áreas que más se les dificulta a la mayoría de los estudiantes en educación básica, específicamente en segundo año de secundaria a distancia, la factorización es uno de los procesos cuya comprensión y aplicación de los métodos por parte de los alumnos es muy baja: primero, porque el reconocimiento del tipo de expresión algebraica ya implica dificultades asociadas con la utilización de números, letras y signos de operación para conformarlas, así como por la noción de variable; y segundo, porque aun conociendo los diferentes métodos no saben cuál

de ellos utilizar en un determinado momento.(Guzmán & Pitre,2008)

Lo anterior se evidenció en el estudio realizado por **Rivas, D. (2008)**, en el cual, más del 80% de los estudiantes encuestados del segundo año de secundaria, que vieron este tema en su respectivo año de estudio, no comprenden el concepto ni el proceso de factorización. Igualmente, los resultados de esta investigación señalan que las clases de matemática son generalmente expositivas, el docente no utiliza material de apoyo didáctico distinto a los libros de texto y en la mayoría de los casos no muestran la utilidad de los contenidos en la solución de problemas.(**ibíd.**).

Una de las razones de que los estudiantes experimenten dificultades para aprender matemática es la frecuencia con que se intenta enseñarles procedimientos convencionales que sirven para resolver problemas que todavía no conocen o comprenden y por lo tanto, es poco probable que les interesen. Los problemas no solo deben aparecer como aplicaciones de procedimientos previamente aprendidos, es conveniente que estén presentes en toda la fase del aprendizaje, como el contexto natural donde los conocimientos adquieren sentido y se comprende su utilidad. (**Rojas Robles, 2010, pág. 46**)

El rechazo de las matemáticas por los estudiantes un problema muy complejo y las fallas en el proceso se arrastran desde las escuelas, se puede notar que existe una sucesión de errores de concepción metodológica y de orientación durante su aplicación(**Castillo, Espinales, & Balladares, 2010, pág. 2**)

Por otro lado, las y los docentes pocos acostumbran planificar actividades específicas que ayuden al estudiante en ese sentido. Por lo tanto, no resulta fácil adquirir y desarrollar hábitos de estudio sin una orientación adecuada, el alumno

necesita del maestro o de un orientador para, que a través de programas específicos, lo ayuden al respecto (**ibid.**)

3.4 Acciones metodológicas que conlleven a la comprensión de los casos de factorización.

Se deben utilizar diversos estilos de enseñanza en el aula para los diferentes estilos de aprendizaje que tienen los estudiantes, con objeto de llegar a todos. Además recomienda que para diferentes estilos de aprendizaje las mejores estrategias de enseñanza sean el abordaje del aprendizaje desde el estudiante y su desarrollo intelectual, dentro de estos se encuentran:

- a) Trabajar en el modelo constructivista,
- b) Enseñanza inductiva,
- c) Desarrollo de un conocimiento contextual (construir conocimiento y tener pensamiento reflexivo)
- d) Asignación de diversidad de tareas de aprendizaje para desarrollar una variedad de habilidades. (**Felder & Brent, 2005**)

Es ideal y clave trabajar en el aula con desarrollo de problemas reales, casos y proyectos, para lograr profundizar los conocimientos. Por otro lado, **según Valleys (s/f)** se debe conducir a nuevas relaciones en el aula: Incentivar una cultura más democrática, en donde se facilite el auto aprendizaje del estudiante, centrado en el estudiante, promover el aprendizaje basado en proyectos y problemas.

De la misma manera, realizar actividades más participativas ayuda a mejorar el clima en el aula, ya que esto promueve el aprendizaje desde el estudiante, debido a que se siente parte del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los estudiantes en general sienten que el ambiente es más agradable cuando se realizan actividades de forma más diversa. En definitiva lo más importante es atender a la diversidad utilizando variedad de

técnicas de aprendizaje, aunque no se tenga certeza sobre el estilo predominante en la clase o independientemente de éste (Córdova et.al 2012, pág. 6)

3.4.1 El aprendizaje activo por resolución de problemas.

Al respecto, otros matemáticos han aseverado que una clase de matemática debe estar siempre centrada en resolver problemas, y el papel del profesor debe ser el de buscador de situaciones reflexivas y significativas para el estudiante. Este hecho, por su parte, supone la concepción del maestro como un profesional de la educación innovador y creativo. (Parajon Guevara, 2007, pág. 55)

La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática ya que permite combinar elementos de conocimiento, reglas, técnicas destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva. Es una actitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas más inteligentes. (ibíd.)

Es a partir de la publicación de George Polya en 1945 de su obra "How to solve it" que se ilustra por primera vez un camino didáctico hacia la enseñanza de la resolución de problemas. Polya con su propuesta de las cuatro etapas abrió el camino de una didáctica de la resolución de problemas. También propone los siguientes "mandamientos" para profesores:

- a) Interésese en su materia.
- b) Conozca su materia.
- c) Trate de leer las caras de sus estudiantes.
- d) Trate de ver sus expectativas y dificultades.
- e) Póngase usted mismo en el lugar de ellos.
- f) Dese cuenta que la mejor manera de aprender algo es descubriéndolo uno mismo.

- g) Dé a sus estudiantes no solo información sino el conocimiento de cómo hacerlo,
- h) Promueva actitudes mentales y el hábito de trabajo metódico.
- i) Permítales aprender a comprobar.
- j) Advértales que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros
- k) Sugiera, no haga que lo entiendan a la fuerza. (ibíd.)

3.4.2 El proceso de resolución de problemas.

El reconocimiento dado a este tema ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, distinguiendo diversas fases en el proceso de resolución, entre las cuales podemos citar las de Dewey, Polya, De Guzmán y Schoenfeld. (Mundomate, s/f, pág. 5)

John Dewey (1933) señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas:

- a) Se siente una dificultad: localización de un problema.
- b) Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto.
- c) Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución.
- d) Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.
- e) Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba. (ibíd.)

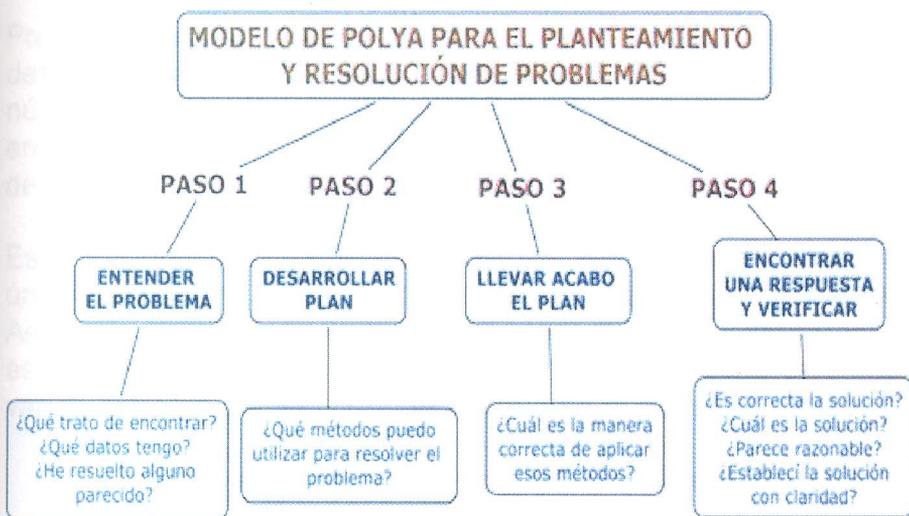
El plan de George Polya (1945) contempla cuatro fases principales para resolver un problema:

- a) Comprender el problema.
- b) Elaborar un plan.
- c) Ejecutar el plan.
- d) Hacer la verificación. (ibíd.)

Miguel de Guzmán (1994) presenta el siguiente modelo.

- a) Familiarízate con el problema.
- b) Búsqueda de estrategias.
- c) Lleva adelante tu estrategia.
- d) Revisa el proceso y saca consecuencias de él. (ibíd.)

El modelo de Polya para el planteamiento y resolución de problemas como una base fundamental en la que el estudiantado tenga un aprendizaje eficaz es el siguiente. (Martines, 2004, pág. 124)

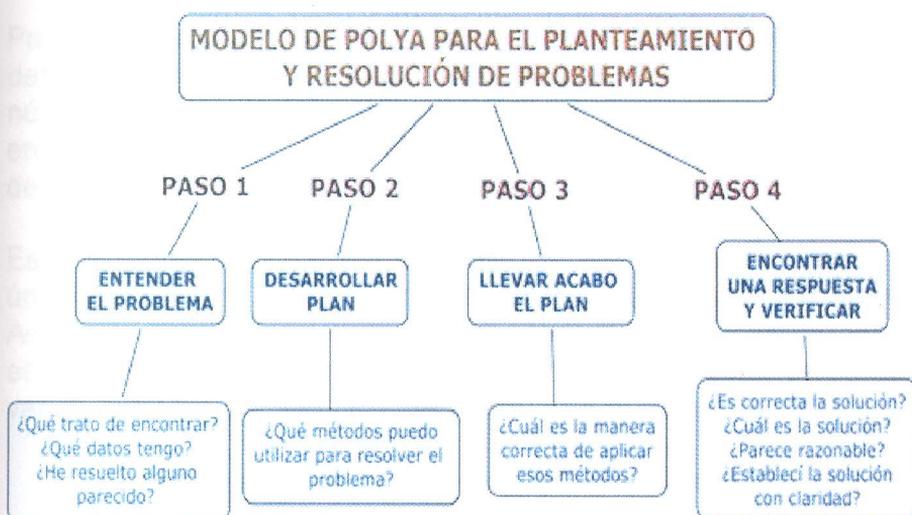


Para que las y los estudiantes aprendan en forma eficaz debe descubrir, por sí solo, cuanto sea posible la materia enseñada. Dadas las circunstancias actuales, es preferible esta fórmula basada en el principio del aprendizaje participativo por ser, además, el más antiguo (puede ser encontrado en Sócrates) y el menos controvertido (Jarquín López, 2009, pág. 4 y 7)

Las y los estudiantes no deben aprender receptivamente sino por su propio esfuerzo, para ello, el docente de matemáticas debe hacer que él y la estudiante se familiarice inicialmente con lo intuitivo, concreto (materiales educativos, objetos reales, el

- a) Familiarízate con el problema.
- b) Búsqueda de estrategias.
- c) Lleva adelante tu estrategia.
- d) Revisa el proceso y saca consecuencias de él. (ibíd.)

El modelo de Polya para el planteamiento y resolución de problemas como una base fundamental en la que el estudiantado tenga un aprendizaje eficaz es el siguiente. (Martines, 2004, pág. 124)



Para que las y los estudiantes aprendan en forma eficaz debe descubrir, por sí solo, cuanto sea posible la materia enseñada. Dadas las circunstancias actuales, es preferible esta fórmula basada en el principio del aprendizaje participativo por ser, además, el más antiguo (puede ser encontrado en Sócrates) y el menos controvertido (Jarquín López, 2009, pág. 4 y 7)

Las y los estudiantes no deben aprender receptivamente sino por su propio esfuerzo, para ello, el docente de matemáticas debe hacer que él y la estudiante se familiarice inicialmente con lo intuitivo, concreto (materiales educativos, objetos reales, el

ambiente), posteriormente con los gráficos representativo (etiquetas, esquemas, gráficos), para que lleguen finalmente a lo abstracto y a la generalización; es decir, lo conceptual y simbólico (leyes, principios teorías, conceptos, formulas). Este procedimiento debe orientar a la resolución de problemas, que es la actividad matemática más próxima al desarrollo del pensamiento lógico. (ibíd.)

3.4.3 Las estrategias en la resolución de problemas.

Para resolver problemas, necesitamos desarrollar determinadas estrategias que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. Este mecanismo ayuda en el análisis y en la solución de situaciones donde uno o más elementos desconocidos son buscados. (Mundomate, s/f, pág. 10)

Es importante que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible de resolución de problemas. Asimismo, que cada problema amerita una determinada estrategia y muchos de ellos pueden ser resueltos utilizando varias estrategias. Algunas de las que se pueden utilizar son:

a) Tanteo y error organizados (métodos de ensayo y error):

Consiste en elegir soluciones u operaciones al azar y aplicar las condiciones del problema a esos resultados u operaciones hasta encontrar el objetivo o hasta comprobar que eso no es posible. Después de los primeros ensayos ya no se eligen opciones al azar sino tomando en consideración los ensayos ya realizados.

b) Resolver un problema similar más simple:

Para obtener la solución de un problema muchas veces es útil resolver primero el mismo problema con datos más sencillos y

a continuación, aplicar el mismo método en la solución del problema planteado, más complejo.

c) Hacer una figura, un esquema, un diagrama, una tabla:

En otros problemas se puede llegar fácilmente a la solución si se realiza un dibujo, esquema o diagrama; es decir, si se halla la representación adecuada. Esto ocurre porque se piensa mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números o símbolos.

d) Buscar regularidades o un patrón:

Esta estrategia empieza por considerar algunos casos particulares o iniciales y, a partir de ellos, buscar una solución general que sirva para todos los casos. Es muy útil cuando el problema presenta secuencias de números o figuras. Lo que se hace, en estos casos, es usar el razonamiento inductivo para llegar a una generalización.

e) Trabajar hacia atrás:

Esta es una estrategia muy interesante cuando el problema implica un juego con números. Se empieza a resolverlo con sus datos finales, realizando las operaciones que deshacen las originales.

f) Imaginar el problema resuelto:

En los problemas de construcciones geométricas es muy útil suponer el problema resuelto. Para ello se traza una figura aproximada a la que se desea. De las relaciones observadas en esta figura se debe desprender el procedimiento para

resolver el problema.

g) Utilizar el álgebra para expresar relaciones:

Para relacionar algebraicamente los datos con las condiciones del problema primero hay que nombrar con letras cada uno de los números desconocidos y en seguida expresar las condiciones enunciadas en el problema mediante operaciones, las que deben conducir a escribir la expresión algebraica que se desea. **(ibid.)**

IV. METODOLOGÍA

4.1 Ubicación: La siguiente investigación se realizó en la escuela Boca de Piedra ubicada a 20 km al norte de la cabecera del Municipio de Waslala, RAAN durante el II semestre año 2013.

Límites: Norte con San Pablo Kubaly, al sur con Santa Teresita, al este con German Romero Vargas y al oeste con Las Jaguas.

4.2 Tipo de estudio: El estudio es cualitativo pues la finalidad es describir las estrategias metodológicas implementada en el proceso enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización II año.

4.3 Población: La población se definió en función al centro escolar, seleccionando al II año conformado por 20 estudiantes ambos sexo, del cual 12 estudiantes son varones que representa el 60% y 8 estudiantes del sexo femenino que corresponde al 40%, más el docente que imparte la asignatura de matemática. (Ver tabla 1 y figura 1 de anexo 1).

4.4 Lugar seleccionado: Centro escolar Público Boca de Piedra del Municipio de Waslala.

4.5 El grupo seleccionado: Estudiantes del II año de secundaria a distancia de la modalidad de jóvenes y adultos (EDJA).

4.5 Unidad de análisis: Docente que imparte la asignatura de matemática, en cuanto a las estrategias que implementa para la enseñanza de los casos de factorización y Educandos del II año, respectivamente en la comprensión de los casos de factorización.

4.6 Unidad de observación. Estudiantes del II año en el aula y docente impartiendo la asignatura de Matemática. También

observaciones al momento que los estudiantes resolvieron el test.

4.7 Descriptores: Estrategias metodológicas, Causas y Acciones metodológicas.

4.8 Criterio de selección:

1. Inclusión Estudiantado del II año de la modalidad de jóvenes y adultos de secundaria a distancia y docente que imparte matemática.
2. Exclusión Estudiantes de los demás niveles y docentes de las asignaturas sociales.

4.9 Fuentes de obtención de la información: Estudiantes de II año de secundaria de educación de jóvenes y adultos, docente, Documentos (programas, libros de textos, álgebra Baldor, dosieres), Internet.

4.10 Técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de información.

Técnicas	Instrumentos	¿A quién?
Test	Guía de test	Estudiantes
Entrevista	Guía de entrevista	Docente
Observación	Guía de observación	Docente y estudiantes

Las técnicas que se emplearon para la recolección de datos fueron el test, las entrevistas y observaciones directas. La observación se realizó a la hora que el docente desarrollaba la clase de matemática, también se hizo observaciones al momento que los estudiantes resolvían el test.

Todos estos instrumentos se aplicaron durante el período de dos encuentros presenciales de clase, ya que en ese período es donde se recopilaron todos los datos necesarios para la elaboración de esta investigación.

Entrevistas: Fue aplicada a las y los estudiantes de II año de EDJA y docente que imparte la asignatura de matemática.

Test: Este instrumento se les aplicó también a los estudiantes del II año con el fin de determinar las principales habilidades y las dificultades más relevantes que tienen las y los estudiantes en cuanto al tema de estudio.

4.11 Trabajo de campo

1. En la fase I Se realizó la visita al centro escolar seleccionado para presentar los aspectos relevantes de acuerdo a dicha investigación.
2. En la fase II se aplicaron los instrumento para la recolección de información como: las guías de entrevistas a estudiantes del II año y docente que imparte la asignatura, la guía de observación a docente y estudiantes y el test a estudiantes del II año.
3. En la fase III se realizó el Procesamiento de la información recurriendo a las técnicas de análisis de contenidos correspondiente al enfoque cualitativo, es decir, determinación del objeto de análisis, la regla decodificación, el sistema de categoría, posteriormente se procedió a ordenarla de acuerdo a cada uno de los instrumentos aplicados, según el grupo seleccionado sujeto del estudio.

4. En la fase IV procedimos al análisis de la información con ayuda de Excel para respaldar datos con sus respectivas tablas para mayor confiabilidad.
5. En la fase V ordenamos el informe final con todas las evidencias que caracteriza la investigación, tales como las causas, los efectos e impactos.

4 7.12.6 MATRIZ DE DESCRIPTORES

Descriptores	Definición	Preguntas	Fuentes	Técnicas
Estrategias metodológicas	La estrategia es un sistema de planificación aplicable a un conjunto articulado de acciones para llegar a una meta. De manera que no se puede hablar de que se usan estrategias cuando no hay una meta hacia donde se orienten las acciones.	<p>¿De qué manera fortalece los conocimientos y habilidades de las y los estudiantes en cuanto a las dificultades que muestran en los trabajos orientados del contenido desarrollado?</p> <p>¿De qué manera el docente imparte la clase de matemática? Describa.</p> <p>¿Qué métodos y técnicas implementa para la enseñanza de los casos de factorización?</p>	<p>Docente</p> <p>Estudiantes</p> <p>Docente</p>	<p>Observación</p> <p>Entrevistas</p> <p>Test</p>
Causas	Se considera como fundamento u origen de algo.	<p>¿Cuáles son las dificultades más frecuentes de las y los estudiante en el contenido de la factorización con los distintos casos?</p>	<p>Docente</p> <p>Estudiantes</p>	

		<p>¿Cumple con los trabajos orientados por el docente? ¿De qué manera lo hace?</p> <p>¿Cuáles son las dificultades que limitan en su aprendizaje la comprensión de los casos de factorización?</p>	Estudiantes	Entrevistas
<p>Acciones metodológicas.</p>	<p>Es la acción y efecto de enseñar (instruir, adoctrinar y amaestrar con reglas o preceptos). Se trata del sistema y método de dar instrucción, formado por el conjunto de conocimientos, principios e ideas que se enseñan a alguien.</p>	<p>¿La metodología empleada actualmente es la apropiada para el aprendizaje efectivo de los estudiantes?</p> <p>¿Cómo piensa que se podría mejorar la situación de aprendizaje de los estudiantes?</p> <p>¿De qué formas le gustaría que se le impartiera el contenido de la factorización.</p>	<p>Docente</p> <p>Estudiantes</p>	<p>Observación</p> <p>Entrevistas</p> <p>Test</p>

V. RESULTADOS Y DISCUSION.

Los resultados obtenidos en la presente investigación sobre las estrategias metodológicas implementadas en la enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización, se obtuvieron con el aporte brindado por el docente que imparte la asignatura de matemática y estudiantes del II año de secundaria a distancia de la modalidad de educación de jóvenes y adultos del centro escolar público Boca de Piedra.

Una vez adquirida la información, el análisis comenzó con la descripción del rango de edades donde encontramos que las edades en mayor porcentaje está comprendido entre 16 a 18 años con el 40%, del cual son jóvenes que se están preparando y complementando su aprendizaje, por tal razón no todos los estudiantes presentan el mismo interés de superación. Esta situación es muy notable en nuestros estudiantes actualmente, afectando en cierta forma el avance en las diferentes temáticas, obligando al docente a implementar diferentes estrategias. (Ver tabla 2 y figura 2 Anexo 1).

5.1 Estrategias Metodológicas Implementadas en la Enseñanza de los Casos de Factorización.

En relación a las estrategias metodológicas implementadas en la enseñanza de los casos de factorización, según el docente expresó que en el desarrollo de su clase lo hace aplicando la metodología y técnicas del método inductivo y deductivo, trabajos grupales, individuales, atención directa y apoyo de estudiantes monitores. Este hallazgo tiene coherencia con **Serrano Salgado, (2013)** quien menciona que la estrategia de trabajo se aspira a organizar el tiempo del estudiante, a preparar con anterioridad su trabajo personal.

Las y los estudiantes entrevistados refirieron que en cuanto a las estrategias que el docente implementa en la enseñanza de los casos de factorización lo hace explicando más de una vez los procedimientos de los ejemplos del contenido en estudio y orienta trabajos en equipos. Lo antes descrito coincide con lo referido por **Picado, (2004)** quien propone las estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender.

De acuerdo a la observación realizada se evidenció que las estrategias implementadas por el docente en la disciplina de matemática, lo hace con explicación de más de un ejemplo de la temática, organiza la clase con trabajos en parejas y motiva a que las y los estudiantes resuelvan ejercicios en la pizarra estimulándoles con pequeños puntajes.

Además las actitudes y motivación de los estudiantes es de una forma efectiva ya que muestran interés por el aprendizaje de los contenidos, demostrando niveles previos de conocimiento, niveles de participación e integración al trabajo colaborativo. Esta manifestación coincide con lo planteado por **Molina (1999)**, quien propone que a través de los tipos de actividades y estrategias de enseñanza-aprendizaje se realiza el intercambio de informaciones entre los discentes y los docentes.

De nuestro punto de vista como equipo de investigadores consideramos que una estrategia metodológica importante es aquella en la que las y los estudiantes razonan, crean y confeccionan problemas con situaciones de su entorno, considerándoles como protagonistas de sus propios conocimientos, siendo el docente un facilitador. Esto permite crear un aprendizaje significativo en el aula de clase.

5.2 Causas que afectan a estudiantes en la comprensión de los casos de factorización.

Según el docente entrevistado afirma que el estudiantado tiene dificultades en la comprensión de los casos de factorización con los distintos casos y las más frecuentes son: dominio de las ley de los signos, descomposición factorial y uso de la calculadora. Lo anterior está demostrado por (Rojas Robles, 2010) quien define que una de las razones de que los estudiantes experimenten dificultades para aprender matemática es la frecuencia con que se intenta enseñarles procedimientos convencionales.

En cambio las y los estudiantes entrevistados expresaron que las causa que afectan en la comprensión de los casos de factorización descifran entre los datos siguientes: el 22% expuso que es por poca explicación por parte del docente; el 33% por ocupación personal, es decir trabajos que realizan en su hogar o fincas siendo su recurso de sobrevivencia; el 17% opinan que es por la falta de libros u otro documento para investigar y complementar sus aprendizajes y el 28% expuso que no tenían dificultad. (ver figura 5 Anexo 1)

Lo anterior manifestado está relacionado con **Córdova et.al (2012)**, quien expone que la problemática principal que se aborda en los problemas de aprendizaje en el aula son las siguientes:

- a) Falta de interés de algunos estudiantes cuando él o la docente está explicando un tema de la asignatura.
- b) Falta de participación de los estudiantes durante las clases
- c) Dificultad de comprensión de conceptos, categorías y consecuente
- d) Dificultad de expresión oral y escrita,
- e) El bajo nivel de aprendizaje deriva en notas bajas en las evaluaciones.

Durante la observación realizada logramos apreciar que otras de las dificultades es que no existen evidencias de trabajos de las y los estudiantes, el docente carece de registros de asistencia y no cumple con el horario establecido. También en los estudiantes se observó que no tienen confianza para consultar al maestro cuando resuelven ejercicios en equipo.

Según lo planteado por **Castillo et.al (2010)** los docentes pocos acostumbran planificar actividades específicas que ayuden al estudiante en ese sentido. Por lo tanto, no resulta fácil adquirir y desarrollar hábitos de estudio sin una orientación adecuada, el educando necesita del maestro o de un orientador para que a través de programas específicos, lo ayuden al respecto.

Los resultados obtenidos del test aplicado a las y los estudiantes no son satisfactorios, en donde fueron examinados 20 estudiantes ambos sexo y 9 estudiantes ambos sexo obtuvieron notas mayor de 60 puntos, lo que equivale a un 45% de aprobación a nivel de todo el grupo y un 55% del grupo de estudiantes obtuvieron calificaciones menores de 60 puntos. (Ver tabla 4 anexo 1)

El hallazgo antes descrito coincide con **Rivas, D. (2008)**, quien en su estudio encontró que más del 80% de los estudiantes encuestados del segundo año de secundaria, que vieron este, no comprenden el concepto ni el proceso de factorización. Igualmente las clases de matemática son generalmente expositivas, el docente no utiliza material de apoyo didáctico distinto a los libros de texto y en la mayoría de los casos no muestran la utilidad de los contenidos en la solución de problemas.

En la valoración general por ítems se hizo en porcentajes del 100% para ser representados en la tabla, pero para la revisión se le asignó un puntaje de 35 puntos para el primer ítem, 40 para el segundo y 25 para el tercero.

Las mayores dificultades encontradas de las y los estudiantes fueron para el tercer ítem en comparación al primero y segundo, del que debían verificar cada uno de los ejercicios resueltos a que caso de factorización pertenecían, obteniendo una aprobación del 0 %. Estos datos muestran que los estudiantes no comprenden los conceptos de cada caso de factorización, haciendo falta la aplicación de las tres dimensiones durante el proceso enseñanza. (Conceptual, procedimental y actitudinal). (Ver tabla 3 anexo 1).

Además otros aspectos que limita el aprendizaje de las y los estudiantes sobre el contenido de factorización es la forma en que el docente imparte la clase, siendo una clase expositiva, no relacionándola al entorno del estudiante. También las y los estudiantes no están aprovechando los tiempos libres para el auto estudio en casa ya que se afanan en sus quehaceres del hogar y hasta algunas veces no realizan los trabajos orientados y al regresar el próximo encuentro a clase a olvidado la temática. Por tanto consideramos necesario que el docente brinde atención individualizada, contextualice la temática y que prepare material de apoyo para facilitar el autoestudio.

5.3 Acciones metodológicas que conlleven a la comprensión de los casos de factorización.

En relación con las acciones metodológicas que conlleven a la comprensión de los casos de factorización a las y los educandos, el docente explicó que es haciéndolo a través de la atención directa al estudiante que presente bajo dominio en su aprendizaje y mostrándole confianza para que cuando tenga dudas haga las consultas necesarias. Lo antes planteado coincide con **Molina, (1999)** quien expresa que con las estrategias de recuperación, se pretende ayudar a aquellos discentes que presentan dificultades en su aprendizaje respetando su ritmo natural a nivelarse con el grupo.

En cambio las y los estudiantes entrevistados manifestaron que para una mejor comprensión de los casos de factorización, proponen lo siguiente: el 67% que se les imparta el contenido de la factorización pasando a cada uno de los estudiantes a la pizarra a resolver ejercicios, el 11% considera que mejor sería trabajar en el aula con desarrollo de problemas reales y casos de la vida diaria, el 22% que se les explique más de dos veces el procedimiento de cada uno de los ejemplos de los casos de factorización.

Lo antes planteado concuerda con **Valleys (s/f)**. Que es ideal y clave trabajar en el aula con desarrollo de problemas reales, casos y proyectos, para lograr profundizar los conocimientos, incentivar una cultura más democrática en donde se facilite el auto aprendizaje del estudiante centrado en el estudiante y promover el aprendizaje basado en proyectos y problemas.

Para la enseñanza y aprendizaje de la asignatura de matemática y en especial para los casos de factorización, les proponemos algunas acciones metodológicas como:

- a) La resolución de problemas relacionados al entorno del estudiante. Ya que para esta temática los libros de matemáticas, el álgebra Baldor y documentos en pdf del sitio web, no plantean problemas y creemos que es necesario trabajarlos.
- b) Ejercicios.
- c) Otras estrategias que pueden ser implementadas en el plan didáctico para la comprensión de cada uno de los casos de factorización, sus definiciones con sus procedimientos.

5.3.1 Propuesta de Acción Metodológica.

La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática ya que permite

combinar elementos de conocimiento, reglas, técnicas destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva. Es una actitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas más inteligentes.

Al respecto, otros matemáticos han aseverado que una clase de matemática debe estar siempre centrada en resolver problemas, y el papel del profesor debe ser el de buscador de situaciones reflexivas y significativas para el estudiante. Este hecho, por su parte, supone la concepción del maestro como un profesional de la educación innovador y creativo. **(Parajon Guevara, 2007)**

El objetivo fundamental de este estudio es proponer acciones metodológicas en la enseñanza-aprendizaje para la comprensión de los casos de factorización dirigido a los docentes de segundo año de secundaria a distancia de educación de jóvenes y adultos del Municipio Waslala RAAN.

La propuesta presentada se sustenta en los resultados obtenidos de la aplicación de los instrumentos que se utilizaron para identificar las estrategias de enseñanza utilizadas por el docente al impartir los contenidos de los casos de factorización los recursos empleados y las teorías de aprendizaje subyacentes en su práctica docente.

Objetivo General:

- a) Orientar al docente en el uso de las estrategias metodológicas con la utilización de problemas reales de acorde a la temática desarrollada como herramienta de apoyo para lograr el aprendizaje del contenido de los casos de factorización

Objetivos Específicos:

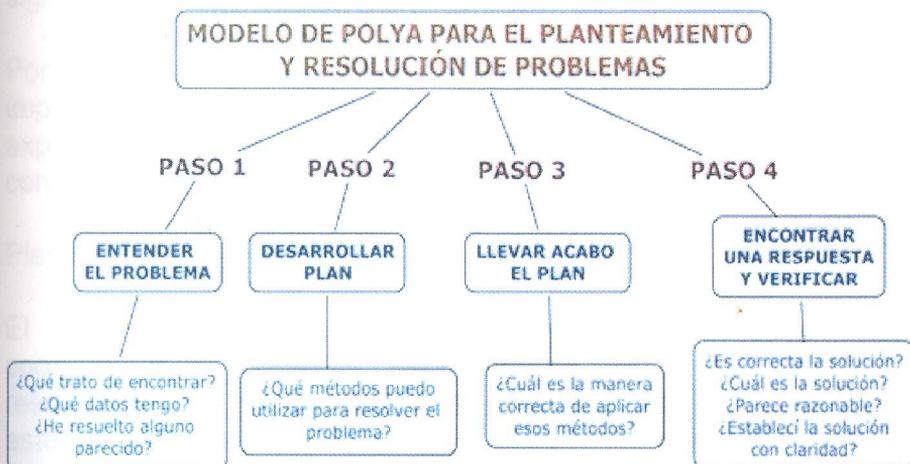
- b) Definir el perfil de apreciación del estudiante a lograr en el proceso enseñanza – aprendizaje de los contenidos de los casos de factorización.
- c) Establecer los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales para la enseñanza de la factorización.
- d) Formular el plan de acción del docente con la finalidad de que el estudiante alcance las competencias planificadas.

Fases

La propuesta para la implementación de la estrategia didáctica apoyada en la resolución de problemas se desarrollara mediante las siguientes fases:

- 1). Planificar el perfil de comprensión del estudiante posterior al aprendizaje de los contenidos de los casos de factorización.
- 2) Seleccionar los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales a impartir en las clases de los casos de factorización.
- 3). Describir el plan de acción a desarrollar por el docente al impartir las clases de los casos de factorización en la resolución de problemas reales con la temática.

Metodología General.



Fuente: (Martines, 2004)

El anterior esquema describe la metodología en forma general donde se detalla y sugiere la forma de ejecutar la estrategia metodológica de resolución de problemas reales planteados.

Competencias Matemáticas:

- Reconoce los distintos casos de factorización en diferentes contextos.
- Interpreta los problemas de los casos de factorización propuestos en este trabajo y por el docente.
- Argumenta las soluciones presentadas al resolver los problemas propuestos.

Bloque de contenidos.

En la selección de los contenidos a impartir en el tema de los casos de factorización fue necesario seleccionarlos mediante las tres dimensiones conceptual, procedimental y actitudinal, evitando en el estudiante la adquisición solo de una base de



datos, y en su lugar lograr el verdadero aprendizaje significativo.

Por lo tanto, el docente debe seleccionar los contenidos a impartir en el aula de clases, siguiendo estos lineamientos expuestos con la finalidad de lograr en los estudiantes la comprensión de la temática.

Plan de acción.

El plan de acción propuesto se basa en el aprendizaje cooperativo empleando específicamente la estrategia de resolución de problemas reales a la vida cotidiana del estudiantado. Las actividades se desarrollaran básicamente en un periodo de 100 minutos clase.

Sesión.

Competencia Matemática: Interpreta problemas reales de su entorno con los casos de factorización.		
Tiempo probable: 100 minutos clases.		
Estrategias	Actividades	Recursos
Estrategia analítica.	Realizar una dinámica de integración para observar en los estudiantes; su interés, participación, habilidades y destrezas.	Estudiantes. Tarjetas de diversos colores.
Estrategias estructurales como lluvia de idea.	Iniciar con preguntas para que las y los estudiantes expresen lo que ellos saben y lo que no saben sobre el tema	Plan de clase. Pizarra Otros.
	Explicación de la temática, sus definiciones y procedimientos aplicando el modelo de Polya.	

<p>Res. de prob. real. vida. cot. est.</p>	<p>Ejemplo 1:</p> <p>Si el área del terreno en forma de un cuadrado donde la familia Sevilla cultiva maní es $x^2 - 8xy + 16y^2$ ¿Calcule el valor de cada uno de sus lados?</p> <p>Resolución:</p> <p>Paso 1: Comprendiendo el problema.</p> <p>¿Qué pide el problema? Tenemos que hallar el valor de cada lado del terreno. Se sabe que el área del terreno es $x^2 - 8xy + 16y^2$. Para encontrar el área de un cuadrado ¿qué proceso aplicaremos?</p> <p>Paso 2: Elaborando un plan.</p> <p>Plan A: Estrategias: Vamos a dibujar el cuadrado que representa el terreno de la familia Sevilla</p> $A = x^2 - 8xy + 16y^2$ <p>Plan B: Estrategia: Factorizar.</p>	<p>Plan de clase</p> <p>Pizarra</p> <p>Marcadores</p> <p>Libros de textos</p> <p>Álgebra</p> <p>Programación</p> <p>Reglas</p> <p>Cuaderno</p> <p>Estudiantes.</p>
--	---	--

Resolución de problemas reales a la vida cotidiana del estudiantado

Como estamos abordando el tema de la factorización, entonces leemos cada una de las reglas estudiadas y comparamos que caso de factorización es el que utilizaremos para resolver la situación planteada.

Paso 3: Ejecutar el plan.

Ahora ya concluimos que el valor del área en el problema dado es un trinomio cuadrado perfecto y que para resolverlo lo desarrollamos aplicando la factorización de la siguiente manera: Extraemos la raíz cuadrada al primer y tercer término, siendo (x) y $(4y)$; Que el doble producto de sus raíces dé como resultado el segundo término $2(x)(4y) = -8xy$; Se abren dos paréntesis para ubicar las raíces encontradas con el signo del segundo término $(x - 4y)$ y ahora el binomio formado se eleva al cuadrado $(x - 4y)^2$

Respuestas: el valor de cada lado del terreno es $(x - 4y)$.

$$x - 4y$$

	<p style="text-align: center;">$x - 4y$</p> <p>Paso 4: Hacer la verificación.</p> <p>La expresión anterior simboliza el procedimiento planteado, ahora vamos a realizar la operación para simplificar dicha expresión. La factorización queda: $x^2 - 8xy + 16y^2 = (x - 4y)(x - 4y) = (x - 4y)^2$</p>	
<p>El trabajo grupal.</p>	<p>Entregar guía de ejercicios con problemas planteados, uno resuelto y otros deberán resolverlos.</p> <p>Formar pareja o triadas de estudiantes con la finalidad resolver problemas de aplicación.</p> <p>Ejemplo 2:</p> <p>La producción de cebolla en una cooperativa del valle de Sébaco fue de $4m^2 - 16$ ¿Cuál fue el número de manzanas cultivadas? Y ¿Cuál fue la producción de cebolla por manzanas?</p> <p>Resolución: Paso 1: Comprendiendo el problema.</p>	<p>Plan de clase</p> <p>Material impreso.</p> <p>Libros de textos</p>

¿Qué pide el problema?
 Tenemos que hallar el número de manzanas cultivadas y la producción por manzanas.
 La producción de cebolla está dada por $4m^2 - 16$.
 Para encontrar el número de manzanas cultivadas y la producción por manzanas. ¿Qué proceso aplicaremos?

Álgebra
 Reglas
 Cuaderno
 Lapiceros
 Borrador
 Docente

Paso 2: Elaborando un plan.

Plan A: Estrategia: Factorizar.

Como estamos abordando el tema de la factorización, entonces leemos cada una de las reglas estudiadas y comparamos que caso de factorización es el que utilizaremos para resolver la situación planteada.

Paso 3: Ejecutar el plan.

Ahora ya concluimos que la producción de cebolla representa una diferencia de cuadrado y que para resolverlo lo desarrollamos aplicando la factorización de la siguiente manera: Extraemos la raíz cuadrada de los dos términos estos son: (2m y 4) escribimos las raíces como diferencia

$(2m - 4)$; Multiplicamos la diferencia de las raíces con la suma $(2m + 4)(2m - 4)$

Respuestas: el número de manzanas cultivadas es de $2m + 4$ y la producción de cebolla por manzanas fue de $2m - 4$

Paso 4: Hacer la verificación.

La expresión anterior simboliza el procedimiento planteado, ahora vamos a realizar la operación para simplificar dicha expresión. La factorización queda: $4m^2 - 16 = (2m + 4)(2m - 4)$

Problema 1). Doña Rosita Martínez ha preparado nacatamales por más de medio siglo. Este fin de semana sus ingresos por la venta de nacatamales fueron de $x^3 + 8$ córdobas. ¿Calcule cuánto es el precio de cada nacatamal? ¿Cuántos nacatamales vendió este fin de semana?

Problema 2). Para cercar una finca ganadera que tiene forma rectangular de $x^2 - 55x + 750$ metros cuadrados de superficie,

	se necesita saber el largo y ancho del terreno en metros. ¿Cuáles son esas medidas del largo y ancho de la finca?	
Estrategias de control.	Una vez finalizado el trabajo orientado se realizará la evaluación y la autoevaluación se pretende que el estudiante juzgue su propia persona y se forme una idea de cómo va su propio desarrollo.	Plan de clase Estudiantes Docente

Finalmente, la metodología sugerida a los docentes para la enseñanza de la matemática y del contenido de los casos de factorización con el apoyo de las acciones y los recursos a incorporar en la temática, se espera que el modelo estratégico sea de gran utilidad, puesto que busca orientar al docente de matemática previendo las necesidades educativas de los educandos, y por qué no la participación del docente en la creación de su propio modelo estratégico en la enseñanza de la matemática en otros temas.

5.3.2 Resolución de ejercicios.

Ejemplo 3:

Factorizar $4x^2 + 15x + 9$.

Solución

Multiplicamos y dividimos por 4 el trinomio $4x^2 + 15x + 9$, obteniendo:

$$\begin{aligned}
 4x^2 + 15x + 9 &= \frac{4(4x^2 + 15x + 9)}{4} = \frac{(4x)^2 + 15(4x) + 36}{4} \\
 &= \frac{(4x+?)(4x+?)}{4}
 \end{aligned}$$

Los factores de 36 son $\pm(1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 \text{ y } 36)$. Los números que multiplicados dan 36 y sumados 15, son 12 y 3, donde $12 > 3$. El término lineal es positivo, entonces 12 será positivo, obligando a 3 ser positivo. Luego: $4x^2 + 15x + 9$ sacamos factor común al primer factor del numerador $\frac{(4x+12)(4x+3)}{4} = \frac{4(x+3)(4x+3)}{4} = \text{simplificando nos queda } (x+3)(4x+3)$

5.3.3 Otras estrategias propuestas para el fortalecimiento de la enseñanza-aprendizaje.

Estrategia didáctica como los Centros de recursos de aprendizaje (CRA), en que los educandos en cualquier momento que tenga dificultad puedan consultar y resolver situaciones.

Estrategias de recuperación, se pretende ayudar a aquellos discentes que presentan dificultades en el aprendizaje

Estrategias correctivas, se espera reencauzar el aprendizaje de los estudiantes, cuando los contenidos no han quedado claros, por cuanto las actividades realizadas o los recursos utilizados no fueron los más adecuados

Estrategias de uso de los estudiantes monitores considerados como un elemento importante ya que los que tienen más problemas se sienten en confianza y permite abrir espacios de buena comunicación.

Estrategias de complementación permiten que el estudiante por su cuenta profundice aspectos de un contenido programático que no quedó claro en la clase colectiva o en el trabajo grupal por falta de tiempo para su desarrollo.

Estrategias de consulta permiten que el estudiante complemente sus trabajos buscando, leyendo, escribiendo,

acudiendo al maestro, investigando elementos adicionales a sus proyectos, y de complementación.

Estrategia dinamizadoras es cuando el docente hace que los estudiantes se integren en las distintas actividades a través de juegos como el de las chimbombas donde los educandos observando el cielo raso puedan con un alfiler ponchar varias chimbombas que tengan varias cosas dentro entre ellas: bombones, preguntas acerca del tema y cualquier otras cosa que al profesor se le puede imaginar incluso hasta puntos de tal manera que se diviertan en vez de una clase aburrida y monótona.

Al respecto **Felder & Brent, (2005)**, recomienda que para diferentes estilos de aprendizaje las mejores estrategias de enseñanza es el abordaje del aprendizaje desde el estudiante y su desarrollo intelectual, dentro de estos se encuentran: Trabajar en el modelo constructivista, enseñanza inductiva, desarrollo de un conocimiento contextual (construir conocimiento y tener pensamiento reflexivo).

VI. CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos en esta investigación se concluye que:

Las estrategias implementadas por el docente para la enseñanza de los casos de factorización en II año de secundaria a distancia de educación de jóvenes y adultos han sido: la organización de la clase con trabajos en parejas, trabajos grupales e individuales y motiva a que las y los estudiantes resuelvan ejercicios en la pizarra estimulándoles con pequeños puntajes; esto ha permitido a que las y los estudiantes se integren en cada una de las actividades, algunos por el interés de aprender cada uno de los procedimientos y otros por la calificación del puntaje.

Las causas que afectan a las y los estudiantes en la comprensión de los casos de factorización con los distintos casos son: dominio de las ley de los signos; descomposición factorial;poca explicación por parte del docente; ocupación personal,es decir debido a los trabajos que realizan en su hogar o fincas; falta de libros u otros documentos para investigar y complementar sus aprendizajes.

Las propuestas de acciones metodológicas que contribuirán para el fortalecimiento de la enseñanza y la comprensión de los casos de factorización son: relacionar la factorización con problemas reales y casos de la vida cotidiana; resolución de ejercicios e implementación de otras estrategias como: la estrategia analítica, estructurales, didáctica y uso de los estudiantes monitores.

VII. RECOMENDACIONES

Al Ministerio de Educación (MINED).

Establezca un plan de intercapacitación a docente que imparte la asignatura de matemática en esta modalidad, en donde se aborden estrategias metodológicas para la enseñanza de las diferentes temáticas y en especial para los casos de factorización.

Organice la programación de encuentros de clases presenciales en cada uno de los centros escolares que atienden esta modalidad, haciéndolo un encuentro presencial clase cada fin de semana, para que el estudiantado este actualizando.

Facilite al estudiantado materiales con la temática a abordarse por nivel, con sus ejemplares y actividades propuestas a como lo hace con el programa tercer ciclo y cuarto ciclo, para que los estudiantes realicen sin ninguna dificultad el autoestudio.

Al Director del Centro Escolar.

Realizar reuniones con docentes para evaluar los logros y dificultades que presentan los estudiantes e intercambiar experiencias de trabajo con el fin de enriquecer sus conocimientos para dar respuesta a las necesidades del estudiantado en la comprensión de contenidos.

Al Docente.

En su planificación didáctica incorpore e integre diferentes estrategias metodológicas en la que pueda relacionar el caso de factorización con problemas reales y casos de la vida cotidiana, que logren motivar más a los educandos.

Cumpla con el horario establecido por el MINED para esta modalidad.

Mantener una estrecha relación entre docentes y estudiantes con la finalidad de resolver juntos las dificultades de aprendizaje que se presentan en el aula de clase.

A estudiantes.

Se integren positivamente en el autoestudio con el fin de nivelar sus conocimientos que le sean útiles para la vida, programando su tiempo en el estudio con relación a las actividades del hogar.

Cumplan con los trabajos orientados por el docente dentro del aula y con los asignados en casa.

VIII. LISTAS DE REFERENCIAS.

- Baldor, A. (2003). *Álgebra* (Vol. Vigésima primera reimpression). México: Ultra.S.A de C.V.
- Camacho, J. (25 de febrero de 2013). Recuperado el 29 de julio de 2013, de [maticas/memorias/memorias14/8.Factorizaci%F3n%20Algebraica.pdf](http://www.usergioarboleda.edu.com/maticas/memorias/memorias14/8.Factorizaci%F3n%20Algebraica.pdf): <http://www.usergioarboleda.edu.com>
- Castillo, H., Espinales, R., & Balladares, M. G. (00 de marzo de 2010). Recuperado el 16 de septiembre de 2013, de Hábitos de estudio de la unidad de factorización: hrc070977.blogspot.com
- Comision Matematica CNU, U. U. (2007). ESTRATEGIA DIDACTICA DE MATEMATICA PARA DOCENTE DE EDUCACION SECUNDARIA. En ANONIMO, *ESTRATEGIA ALGEBRA PDF*. (pág. 13 Y 14). MANAGUA.
- Córdova, R., García, M., Letona, A., & Rivera, R. N. (2012). *Córdova, Roberto; García, Marielos; Letona, Ana del Pilar; Núñez, Raúl & "Perfil Proyecto Final "Diplomado de Actualización Docente"*.
- Díaz, F. (2005). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Escobar Morales, R. S. (2011). *Escobar MoFundamento de Matemática Noveno grado, ediccion actualizada al curriculo de competencia 2009*. libreria y ediciones San Miguel.

- Felder & Brent, R. &. (2005). *“Understanding Student Differences”*. *Journal of Engineering Education*.
- Godino, J., & Vicenc, C. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*.
- Guzmán & Pitre, G. J. (00 de enero de (2008)). Recuperado el 29 de julio de 2013, de software educativo para el aprendizaje de factorización de polinomios a través del método de cortar y pegar del Álgebra Geométrica: <http://www.monografia.com>
- Jarquín López, H. A. (2009). *Antología para docentes de educación secundaria*. Managua.
- Larousse, P. A. (2009). *Enciclopedia*. Microsoft® Student 2009.
- Lexus Editores S.A. ((2008)). *Fórmulas Matemáticas*. lima, Perú: Lexus Editores.
- Martines, N. (2004). *didacticas de matematica*. RAAN: URACCAN.
- Molina, Z. (1999). *Planeamiento didáctico. Fundamentos, principios, estrategias y procedimientos para su desarrollo*. San José, Costa Rica.: Universidad Estatal a Distancia, EUNED.
- Mundomate. (s/f). *Recursos para docentes formadores del área de matemática*. Recuperado el 18 de octubre de 2013, de Blog de Formación Inicial Docente: <http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/>

- Parajon Guevara, A. (2007). *Tratamiento pedagógico y aplicaciones*. Managua.
- Paredes, P., & Ramírez, P. (2008). *Preuniversitario Popular Víctor Jara*. Chile.
- Picado, F. (2004). *Didáctica General: Una perspectiva integradora*. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia EUNED.
- Rojas Robles, N. (2010). *Didácticas especiales de las Matemáticas*. Nueva Guinea.
- Serrano Salgado, A. (2013). *Estrategias Claves para la Planificación Didáctica* MANAGUA, NICARAGUA.
- Walsh Mendoza, C. J. (2005). *Algebra y Funciones Elementales*. Estelí.

IX. ANEXOS

Anexo 1

Tabla 1: Población y porcentaje de Sexo

Sexo	Frecuencia	Porcentaje
Masculino	12	60%
Femenino	8	40%
Total	20	100%



Figura 1 porcentajes en cuanto al sexo.

La tabla 1 y la figura 1 muestran la población estudiantil en estudio, en donde nos encontramos que en el año de secundaria la población fue de 20 estudiantes ambos sexos, de los cuales 12 estudiantes son varones que representan el 60% del sexo masculino y 8 estudiantes son mujeres representando el 40% del sexo femenino.

EDADES	DE 13 A 15	DE 16 A 18	DE 19 A 21	DE 22 A 24
CANTIDAD	5	8	4	3
PORCENTAJE	25%	40%	20%	15%

Tabla 2: Rango De Edades

Figura 2: porcentajes del rango de edades.



En la tabla 2 y figura 2 se reflejan el rango de edades de la población estudiantil en estudio, en donde el 25% de las y los estudiantes son adolescentes comprendidos en las edades de 13 a 15 años, el 40% son jóvenes que oscilan en las edades de 16 a 18 años en un porcentaje mayor en comparación a los otros rangos, el 20% entre las edades de 19 a 21 años y el 15 % son adultos comprendidos en las edades de 22 a 24 años.

Tabla 3: Valoración Del Test por Ítems.

Primer Ítems						Segundo Ítems						Tercer Ítems					
Exa m.		Apro b.		% de Aprob		Exa m.		Apro b.		% de Aprob		Exa m.		Apro b.		% de Aprob	
A s	F	A s	F	As	F	A s	F	As	F	As	F	A s	F	A s	F	As	F
2	0	1	8	85	100	2	0	8	4	40	50	2	0	8	0	0	0

En la tabla 3 se representa la valoración general por ítems, en el que a cada ítems se le asignó un porcentajes del 100% para ser representados en la tabla, pero para la revisión se le dio un puntaje de 35 puntos para el primer ítem, 40 puntos para el segundo y 25 puntos para el tercero.

Tabla 4: Consolidado general del test.

Examinados		Aprobados		Porcentaje	
AS	F	AS	F	AS	F
20	8	9	5	45%	63%

En la tabla 4 se explica la valoración general del test en donde se muestra que fueron examinados 20 estudiantes ambos sexo y 9 estudiantes ambos sexo obtuvieron notas mayor de 60 puntos, lo que equivale a un 45% de aprobación a nivel de todo el grupo, de ellos 5 son mujeres lo que equivale a un 63% de aprobación para el sexo femenino. Por tanto lo anterior indica que 11 estudiantes ambos sexo obtuvieron notas deficientes para un porcentaje del 55% de reprobación de ellos 3 son mujeres con un porcentaje del 37% de reprobación para el sexo femenino.

Figura 5: Causas que afectan a las y los estudiantes en la comprensión de los casos de factorización.



En la figura 5 se muestra que las causas que afectan a las y los estudiantes en la comprensión de los casos de factorización descifran entre los datos siguientes: el 22% expresaron que es

Anexo 2

UNIVERSIDADES DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA
COSTA CARIBE NICARAGÜENSE.

URACCAN

GUÍA DE OBSERVACIÓN.

Guía de observación durante el desarrollo de la clase de Matemática durante el desarrollo del contenido “casos de factorización”.

I. DATOS GENERALES:

Nombre De La Escuela _____

Fecha de la observación _____

Sección _____ Modalidad _____ Turno _____

Contenido a observar: _____

Tiempo de duración de la observación _____

Matricula actual: AS ___ F ___ Asistencia del día: As ___ F ___

Nombre Del ó La Docente: _____

Nombre Del Observador: _____

Indicador de logros: _____

II. INSTRUCCIONES.

En el momento de la observación de la clase, la recopilación de la información se realizará a través de esta lista de cotejo, en donde después de leer cada indicador, señalar con una X el nivel de cumplimiento de acuerdo a su observación.

3= siempre

2= algunas veces

1= nada

Aspecto a observar en la visita clase criterio de cumplimiento y anotaciones del observador.

Aspectos a Observar		Anotaciones del observador		
		3	2	1
No	Desarrollo de la clase			
1	Dominio científico del tema			
2	Uso de métodos y estrategias interactiva para facilitar el aprendizaje de los casos de factorización.			
3	Organización de la clase de acorde a la dinámica y la metodología activa.			
4	Niveles de participación logrados en los estudiantes.			
5	Demuestra estar bien documentado.			
6	Apoyo de los estudiantes monitores.			
Actitudes del ó la docente antes el grupo de estudiantes				
7	Respeto hacia los estudiantes.			
8	Estimula la participación y discusión de ideas de los estudiantes.			
9	Mantiene la disciplina de manera democrática.			
10	Promueve el trabajo cooperativo en el aula (parejas, equipos).			
11	Mantiene una relación cordial con todo el grupo de estudiantes			
Actitudes y motivación de los estudiantes				
12	Interés y motivación demostrada			

13	Actitudes que demuestran ante contenido de aprendizaje				
14	Niveles de conocimientos previos.				
15	Integración plena al trabajo colaborativo.				
16	Comunicación efectiva – afectiva entre estudiantes y docente.				
Condiciones ambientales y física del aula					
17	Limpieza y orden en el aula.				
18	Condiciones básicas: iluminación y ventilación.				
19	Existen materiales didácticos de constante observación.				
20	Existe evidencia de trabajos de los estudiantes.				
Procesos evaluativos.					
21	Evaluación de los desempeños de los y las estudiantes.				
22	Evaluación de actividades de aprendizaje grupal.				
23	Realización de actividades independiente para evaluar el tema.				
24	Utiliza los resultados de la evaluación para orientar a los estudiantes en su aprendizaje.				
25	Promueve el auto evaluación en los y las estudiantes.				
26	La evaluación de los aprendizajes corresponde con los indicadores de logros.				
27	Aprovecha constructivamente				

	los errores para generar aprendizajes				
Otros aspectos generales					
28	Registro de asistencia				
29	Registro de evaluaciones				
30	Cumplimiento del horario establecido				
31	Las y los estudiantes pueden seguir instrucciones a través de guía de aprendizaje.				

Observaciones:

Firma del observador.

Firma del o la docente.

Anexo 3

UNIVERSIDADES DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE. URACCAN

Entrevistas a estudiantes.

Estimado/a estudiante de la escuela Boca de Piedra, somos estudiantes egresado de la URACCAN Waslala, en la carrera: Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Matemática y le estamos solicitando el llenado de esta entrevista para recopilar datos de nuestra investigación que lleva por título "Estrategias Metodológicas Implementadas en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje de los Casos de Factorización", Su valioso aporte será de gran utilidad para el desarrollo de nuestro trabajo investigativo.

Datos generales:

Fecha: _____ Grado y sección: _____
Turno: _____ Sexo: _____ Edad: _____
Nombre del ó la estudiante: _____

Tomando en cuenta su criterio personal, encierre la respuesta que usted crea conveniente.

- 1) ¿De qué manera el docente imparte la clase de matemática?
- a). Explica más de una vez los ejercicios.
 - b). Hace uso de otros materiales aparte de la pizarra y el marcador
 - c) Orienta trabajos de equipo en el aula.
- 2) ¿Cómo valora la forma que el docente imparte la clase de matemática?
- a). muy bueno
 - b) bueno.
 - c) regular.
- Explique.

3) ¿Cuál es el comportamiento del docente durante el tiempo asignado de la clase, ante el estudiantado?

a) Flexible b) exigido, c) dinámico, d) aburrido, e) amistoso, f) otro. Mencione.

4) ¿En el contenido de los casos de factorización ¿considera que es entendible el tema? a) Sí b) no.

¿Por qué?

5) ¿Considera que los 100 minutos de clase es lo suficiente para que el docente desarrolle los contenidos en matemática?

a) Sí b) no. ¿Por qué?

6) ¿Cuáles son las dificultades que limitan su aprendizaje para la comprensión de los casos de factorización?

- a). Poca explicación por parte del docente
- b). Ocupación personal en cuanto a su trabajo en casa.
- c). falta de interés para el autoestudio
- d). Falta de libros u otro documento para investigar.

7) ¿Cumple con los trabajos orientados por el docente?

a) siempre. b) casi siempre. c) algunas veces.
d) nunca.

8) ¿Creé que este tema de los casos de factorización le servirá en su vida futura? a) sí b) no ¿Por qué?

9) ¿De qué forma le gustaría que se le imparta el contenido de la factorización?

- a) Pasar a cada uno de los estudiantes a la pizarra a resolver ejercicios.
- b) Trabajar en el aula con desarrollo de problemas reales y casos de la vida diaria.
- c) Que se le explique más de una vez el procedimiento a resolver los ejercicios de factorización.

Anexo 4

UNIVERSIDADES DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE. URACCAN

ENTREVISTA A DOCENTE.

Estimado maestro/a del centro educativo Boca de Piedra, somos estudiantes egresados de URACCAN, en la carrera: Lic. En ciencias de la educación con mención en Matemática, y le estamos solicitando brindarnos la información para el llenado de esta entrevista para recopilar datos para nuestra Monografía, que lleva como título: "Estrategias metodológicas implementadas en el proceso enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización", ya que su aporte será de mucho provecho para el progreso de nuestro trabajo le agradecemos gentilmente su colaboración.

Datos generales:

Fecha: ___ Grado: ___ sección: ___ Turno: ___ Sexo: _ Edad: ___
Nombre del o la docente: _____ nivel académico? _____

1. ¿Cuántos años tiene de desempeñarse como docente de secundaria?
2. ¿Trabaja en algún otro centro educativo y / o universidad?
3. ¿Durante cuantos años ha impartido el contenido de los casos de factorización?
4. ¿El contenido de los casos de factorización lo imparte planteándoles problemas relacionados con la vida cotidiana del estudiante? Explique.

5. ¿De qué manera fortalece los conocimientos y habilidades de las y los estudiantes en cuanto a las dificultades que muestran en los trabajos orientados del contenido desarrollado?
6. ¿Cuáles son las dificultades más frecuente que las y los estudiantes demuestran en el contenido de la factorización con los distintos casos?
7. ¿Cómo cree que se podría mejorar la situación de aprendizaje de los estudiantes?
8. ¿Las y los estudiantes cumplen con los trabajos orientados en casa?
9. ¿Tienen dominio en el contenido para resolver los ejercicios matemáticos de los trabajos orientados en casa?
10. ¿Qué métodos y técnicas implementa para la enseñanza de los casos de factorización?
11. La metodología empleada actualmente es la apropiada para el aprendizaje efectivo de los estudiantes? Argumente.

Anexo 5

UNIVERSIDADES DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE. URACCAN

Test a estudiantes.

Estimado/a estudiante de la escuela Boca de Piedra, somos estudiantes egresado de la URACCAN Waslala, en la carrera: Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Matemática y le estamos solicitando conteste el presente test, el que utilizaremos como herramientas para la elaboración de una unidad didáctica en nuestra investigación que lleva por título "Estrategias metodológicas implementadas en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje de los casos de Factorización", Sus respuestas serán de gran utilidad para el desarrollo de nuestro trabajo de investigación.

Datos generales:

Fecha: _____ Grado y sección: _____

Turno: _____ Sexo: _____ Edad: _____

Nombre de la ó él estudiante: _____

I. Escriba "f" si es falso o "v" si es verdadero según el caso.

a). Factorizar un polinomio es descomponerlo en dos o más polinomios llamados factores, de tal modo que al multiplicarlos entre sí se obtenga el polinomio original_____.

b). Los contenidos más vistos en factorización algebraica son: Trinomio Cuadrado Perfecto, Trinomio de la forma $x^2 + BX + C$, Trinomio de la forma $AX^2 + BX + C$, Factor Común, Diferencia de Cuadrados y Suma o diferencia de Cubos_____.

C. Factorizar $x^2 + 7x + 12$ es igual a $(x + 6)(x + 2)$ _____.

d). En $3x^2 + 6x^3$ el factor común numérico es 3 y el factor común literal es x^2 _____

e). Una expresión se denomina trinomio cuadrado perfecto cuando consta de tres términos donde el primero y tercer términos son cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta) y positivos, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas_____.

II. Analice y una con una línea según corresponda cada uno de los incisos de la columna izquierda con incisos de la columna derecha.

a). Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ a).

$$3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$$

b). Factor común por agrupación de términos. b).

$$x^2 + 7x + 12$$

C. Factor común de un monomio. c).

$$ax + bx + ay + by$$

$$(ax + bx) + (ay + by)$$

$$x(a + b) + y(a + b)$$

$$=(a + b)(x + y)$$

d). Factor común de un polinomio. d). $x(a -$

$$1) + y(a - 1) - (a - 1)$$

$$(a - 1)(x + y - 1)$$

III. Verifique y escriba que casos de factorización se utilizó en cada uno de los siguientes ejercicios.

a). $8x^3 + 27 = (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$

$$b) x^3 + x^2 + 2x + 2 = (x^3 + x^2) + (2x + 2) = x^2(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2)$$

$$c). a^2 + 2a - 15 = (a + 5)(a - 3)$$

$$d). 4x^2 + 15x + 9 = \frac{4(4x^2 + 15x + 9)}{4} = \frac{(4x)^2 + 15(4x) + 36}{4} = \frac{(4x + 12)(4x + 3)}{4} = \frac{(4x + 12)(4x + 3)}{4 \cdot 1} = (x + 3)(4x + 3)$$

$$e). 4 - 36k^2 = (2 + 6k)(2 - 6k)$$

$$b) x^3 + x^2 + 2x + 2 = (x^3 + x^2) + (2x + 2) = x^2(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2)$$

$$c). a^2 + 2a - 15 = (a + 5)(a - 3)$$

$$d). 4x^2 + 15x + 9 = \frac{4(4x^2 + 15x + 9)}{4} = \frac{(4x)^2 + 15(4x) + 36}{4} = \frac{(4x + 12)(4x + 3)}{4} = \frac{(4x + 12)(4x + 3)}{4 \cdot 1} = (x + 3)(4x + 3)$$

$$e). 4 - 36k^2 = (2 + 6k)(2 - 6k)$$

Anexo 6:

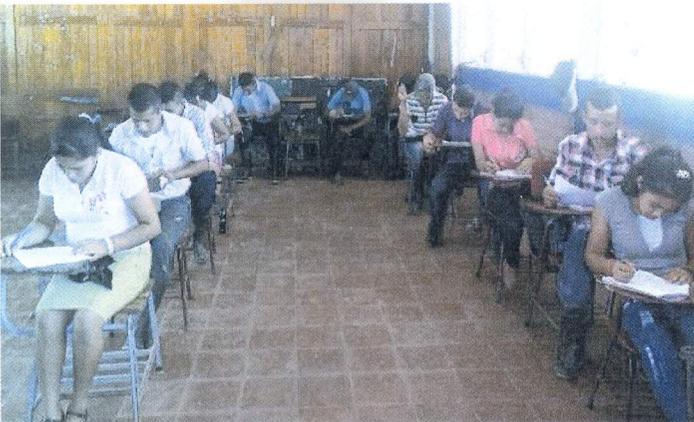
Fotografías.

Figura 1



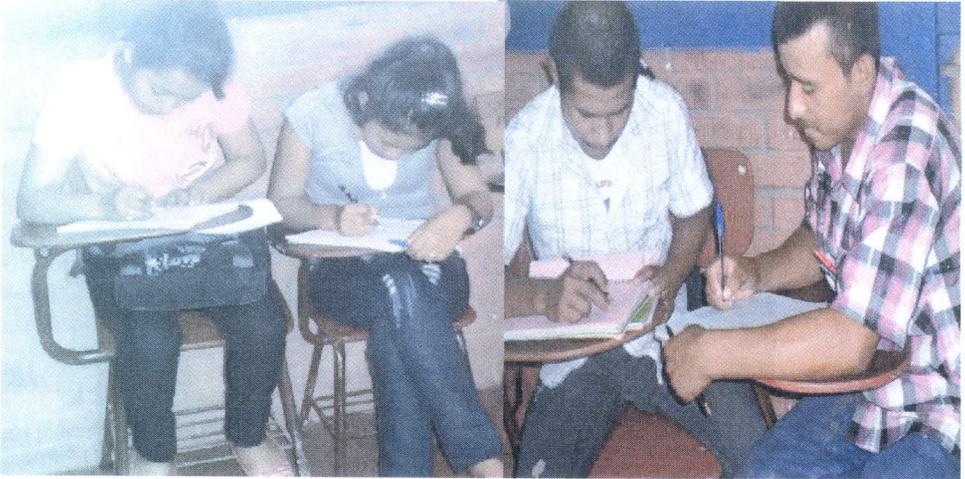
Aplicación de guía de observación al docente en periodo que imparte la clase (foto Sotelo)

Figura 2



Aplicación del test a estudiantes de II año de EDJA (foto Roque)

Figura 3



Aplicación de guía de observación a estudiantes en horas presenciales de clase. (Foto Sotelo)

Figura 4



Aplicación de entrevista al docente que imparte la asignatura de matemática. (foto Sotelo)

Figura 5



Aplicación de entrevista a estudiante de II año de EDJA. (Foto Sotelo)

Figura 6



Análisis y discusión de resultados de los instrumentos aplicados a estudiantes de II año de EDJA y docente que imparte la asignatura de Matemática. (Foto Roque)

Anexo 7

GLOSARIO.

URACCAN: Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense

EDJA: Educación de Jóvenes Y Adultos.

RAAN: Región Autónoma del Atlántico Norte.

S/F: Sin Fecha.

CRA: Centro de Recursos de Aprendizaje.

Problemas y ejercicios propuestos a resolver.

a). Problemas

1). Doña Rosita Martínez ha preparado nacatamales por más de medio siglo. Este fin de semana sus ingresos por la venta de nacatamales fueron de $x^3 + 8$ córdobas. ¿Calcule cuánto es el precio de cada nacatamal? ¿Cuántos nacatamales vendió este fin de semana?

2). Para cercar una finca ganadera que tiene forma rectangular con un área de $x^2 - 55x + 750$ metros cuadrados, se necesita encontrar el largo y ancho de la parcela. ¿Cuáles son esas dimensiones de la finca?

b). Factorizar los siguientes ejercicios tomando en cuenta cada caso estudiado.

- | | | |
|----------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1) $x^2 + 12x + 36$ | 2) $k^2 + 14k + 49$ | 3) $4m^2$ |
| 4) $25y^2 + 10y + 1$ | 5) $81 - 36ab + 4a^2b^2$ | 6) $25x^2 + 36$ |
| 7) $49 - n^4$ | 8) $144k^2 - 25$ | 9) $\frac{1}{4} - x^8$ |
| 10) $36x^2 - \frac{25}{9}$ | 11) $9x^2 - 4z^2$ | 12) m^2n^6 |
| 13) $x^2 + 4x - 12$ | 14) $k^2 - 11k + 28$ | 15) $m^2 + 4m$ |
| 16) $y^2 + y - 30$ | 17) $m^2 - m - 6$ | 18) $r^2 + 11r$ |
| 19) $n^2 + 17n + 70$ | 20) $x^2 + 12x - 160$ | 21) $y^2 + 91y$ |

$$22) x^6 - 2x^3 - 99 \quad 23) k^8 + 18k^4 + 80 \quad 24) m^2n^2 + 19mn + 78$$

Respuestas de los problemas y ejercicios propuestos.

a). Problemas.

1). El precio de cada nacatamal es de C\$ $(x + 2)$ y este fin de semana vendió $(x^2 - 2x + 4)$ nacatamales.

2). El largo de la finca es de $(x - 30)$ m y el ancho es de $(x - 25)$ m.

b). Ejercicios.

1). $(x + 6)^2$	2). $(k + 7)^2$	3).
$(2m - 3)^2$		
4). $(5y + 1)^2$	5). $(9 - 2ab)^2$	6).
$(5x + 6)^2$		
7). $(7 + n^2)(7 - n^2)$	8). $(12k + 5)(12k - 5)$	9). $(\frac{1}{2} + x^4)(\frac{1}{2} - x^4)$
10). $(6x + \frac{5}{3})(6x - \frac{5}{3})$	11). $(3x + 2z)(3x - 2z)$	12). $(mn^3 + x^4y^5)(mn^3 - x^4y^5)$
13). $(x + 6)(x - 2)$	14). $(k - 7)(k - 4)$	15). $(m + 3)(m + 1)$
16). $(y + 6)(y - 5)$	17). $(m - 3)(m + 2)$	18). $(r + 7)(r + 4)$
19). $(n + 10)(n + 7)$	20). $(x + 20)(x - 8)$	21). $(y + 90)(y + 1)$
22). $(x^3 - 11)(x^3 + 9)$	23). $(k^4 + 10)(k^4 + 8)$	24). $(mn + 13)(mn + 6)$